

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Московской области «Электростальский колледж»

УТВЕРЖДАЮ
Зам. директора по УР

И.В. Краснобельмова
« 31 » августа 2018г.

Комплект контрольно-оценочных средств

по дисциплине **ПД.01 Математика**

по программе подготовки специалистов
среднего звена по специальности

07.02.01 Архитектура

на базе основного общего образования
с получением среднего общего образования

Разработчик:

преподаватель Ивакина Елена Ивановна

г.о. Электросталь

2018 год

СОДЕРЖАНИЕ

	СТР.
1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств.....	3
2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке.....	5
3. Оценка освоения учебной дисциплины	12
3.1. Формы и методы оценивания.....	12
3.2. Критерии оценивания устных ответов и письменных работ	18
4. Контрольно-оценочные материалы для аттестации по учебной дисциплине.....	19
4.1. Раздел 1 Алгебра и начала анализа.....	19
4.2. Раздел 2 Геометрия.....	43
4.3. Раздел 3 Статистика, комбинаторика, теория вероятностей.....	51
4.4. Экзаменационная работа.....	52
4.4.1 Перечень объектов контроля и оценки.....	54
4.4.2 Критерии оценки выполнения работы.....	56
5. Приложение № 1. Перечень элементов содержания для составления экзаменационных работ по математике в образовательных учреждениях СПО.....	57
6. Приложение № 2. Перечень требований к уровню подготовки обучающихся для составления заданий экзаменационных работ по математике в образовательных учреждениях СПО.....	61
7. Приложение № 3. Инструкция по выполнению письменной экзаменационной работы по математике.....	63
9. Приложение № 4. Перечень учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы.....	64

1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС следующими умениями, знаниями, владениями которые формируют общие компетенции:

Знать:

З-1. Значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе.

З-2. Знание практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа; создания математического анализа; возникновения и развития геометрии.

З-3. Универсальный характер законов развития математических рассуждений; их применимость во всех областях человеческой деятельности.

З-4. Вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

Уметь:

У-1. выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;

У-2. находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;

У-3. выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;

У-4. вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;

У-5. определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках;

У-6. строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;

У-7. использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;

У-8. находить производные элементарных функций;

У-9. использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;

У-10. применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения;

У-11. вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла;

У-12. решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;

У-13. использовать графический метод решения уравнений и неравенств;

У-14. изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;

У-15. составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.

У-16. решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;

У-17. вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

У-18. распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;

У-19. описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;

У-20. анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;

У-21. изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;

У-22. строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;

У-23. решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);

У-24. использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;

У-25. проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

• ***Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:***

- для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;

- для описания при помощи функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретаций графиков;

- для решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

- для построения и исследования простейших математических моделей.

- для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; анализа информации статистического характера.

- для исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;

- для вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

Развивать способности для формирования общих компетенций:

ОК-1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес;

ОК-2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения практических задач; оценивать их эффективность и качество.

ОК-3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК-4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного использования профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК-5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК-6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с руководством, с коллегами, с потребителями.

ОК-7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.

ОК-8. Самостоятельно выполнять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК-9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

Формой аттестации по учебной дисциплине является письменный экзамен.

2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

2.1. В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний, а также динамика формирования общих компетенций:

Результаты обучения: умения, знания и общие компетенции	Показатели оценки результата	Форма контроля и оценивания
Знания:		
З-1. Значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе.	Знает материал в общих чертах; математические методы решения практических задач; может применять математические методы для решения практических задач.	Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.
З-2. Знание практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа; создания математического анализа;	Знает основные методы решения; основные математические методы решения типовых прикладных задач; приемы решения прикладных задач в профессиональной деятельности.	Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации.

возникновения и развития геометрии.		Исследовательская работа.
3-3. Универсальный характер законов развития математических рассуждений; их применимость во всех областях человеческой деятельности.	Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения.	Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.
3-4. Вероятностный характер различных процессов окружающего мира	Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения.	Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.
Умения:		
У-1 Выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;	Умеет использовать основные приемы, основные понятия и формулы; решать задачи прикладного характера.	Устный опрос. Самостоятельная работа. Контрольная работа.
У-2. Находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;	Дает определения основных понятий, умеет использовать приемы, применять основные приемы и основные формулы.	Устный опрос. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Исследовательская работа.
У-3. Выполнять преобразования	Умеет использовать формулы, решать	Устный опрос.

выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;	задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами.	Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-4.Вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции	Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-5.Определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках	Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-6.Строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;	Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа Исследовательская работа.
У-7.Использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин	Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-8.Находить производные элементарных функций;	Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа.
У-9.Использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;	Может дать определение основных понятий, умеет использовать формулы, выполняет построение графика.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа.
У-10.Применять производную	Умеет использовать формулы,	Устный опрос.

для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения;	применять методы решения; решать задачи прикладного характера.	Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-11.Вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла;	Умеет использовать формулы, применять методы решения; решать задачи прикладного характера.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа.
У-12.Решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;	Умеет использовать формулы, применять методы решения; решать задачи прикладного характера.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-13.Использовать графический метод решения уравнений и неравенств;	Имеет понятие о решении графическим методом, решает простейшие уравнения и неравенства; задачи прикладного характера.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-14.Изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;	Ориентируется на координатной плоскости; изображает решения на координатной плоскости; решает задачи.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа.
У-15.Составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.	Уметь анализировать текст задачи, решать задачу по предложенному алгоритму; самостоятельно определяет алгоритм решения.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-16.Решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;	Может дать анализ элементарных сочетаний, умеет использовать формулы; самостоятельно решает задачи с применением формул и основных понятий комбинаторики.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа

У-17.Вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;	Дает анализ вероятности, умеет использовать формулы, решать практические задачи.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-18.Распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;	Узнавать объекты в пространственном изображении, ссылаться на теоремы и аксиомы стереометрии; применять полученные знания при решении задач.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-19.Описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;	Указывать взаимное расположение прямых и плоскостей, ссылаться на теоремы и аксиомы стереометрии; применять полученные знания при решении задач.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-20.Анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;	Узнавать объекты в пространственном изображении; находить линии пересечения и точки пересечения объектов; решать задачи.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-21.Изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;	Умеет дать изображение основных геометрических фигур; выполнять чертежи к задаче; дать пояснения в ходе решения задачи.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-22.Строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;	Дает определение сечению; строит простейшие сечения; решает задачи с применением сечения.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-23.Решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);	Может выбрать для решения правильную формулу; умеет использовать формулу; решает задачи, получает правильный ответ.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа

<p>У-24.Использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;</p>	<p>Может выбрать для решения правильную формулу; умеет использовать формулу; решает задачи.</p>	<p>Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа.</p>
<p>ОК1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес</p>	<p>Демонстрация интереса к будущей профессии в процессе теоретического и производственного обучения, производственной практики.</p>	<p>Контроль и оценка результатов освоения дисциплины осуществляется преподавателем в процессе выполнения обучающимися индивидуальных заданий, проектов, исследований.</p>
<p>ОК2. Организовывать собственную деятельность, исходя из целей и способов ее достижения, определенных руководителем.</p>	<p>Умение организовать свою деятельность, для достижения цели, поставленной руководителем.</p>	<p>Правильно и вовремя выполненная внеаудиторная самостоятельная работа по дисциплине</p>
<p>ОК3. Анализировать рабочую ситуацию, осуществлять текущий и итоговый контроль, оценку и коррекцию собственной деятельности, нести ответственность за результаты своей работы</p>	<p>Умение анализировать рабочую ситуацию и находить оптимальное количество решений, вносить коррекцию в собственные результаты. Умение четкого и точного изложения собственной точки зрения, ее убедительное отстаивание.</p>	<p>Правильно и вовремя выполненная внеаудиторная самостоятельная работа по дисциплине</p>
<p>ОК 4. Осуществлять поиск информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач</p>	<p>Умение пользоваться основной и дополнительной литературой; оперативность поиска необходимой информации, обеспечивающей наиболее быстрое, полное и эффективное выполнение профессиональных задач; владение различными способами поиска информации; адекватность оценки полезности информации; используемость найденной для работы</p>	<p>Правильно и вовремя выполненная внеаудиторная самостоятельная работа по дисциплине</p>

		информации в результативном выполнении профессиональных задач, для профессионального роста и личностного развития;	
ОК5. Информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.	Использовать	Умение оперативного поиска информации, необходимой для наиболее быстрого, полного и эффективного выполнения профессиональных задач; для профессионального роста и личностного развития. Владение информационно-коммуникационными технологиями для решения не типовых профессиональных задач.	Правильно и вовремя выполненная внеаудиторная самостоятельная работа по дисциплине
ОК6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, клиентами.		Взаимодействие с обучающимися, преподавателями и мастерами в ходе обучения на принципах толерантного отношения; эффективное, бесконфликтное взаимодействие в учебном коллективе и бригаде; соблюдение этических норм общения при взаимодействии с учащимися, преподавателями, мастерами и руководителями практики; соблюдение принципов профессиональной этики.	Правильно и вовремя выполненная внеаудиторная самостоятельная работа по дисциплине
ОК 7 Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.		Умеет способствовать речевому взаимодействию и социальной адаптации членов команды	Правильно выполненная и вовремя сданная внеаудиторная самостоятельная работа по дисциплине.
ОК 8 Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.		Умеет самостоятельно заниматься самообразованием и саморазвитием в области химии	Правильно выполненная и вовремя сданная внеаудиторная самостоятельная работа по дисциплине.
ОК 9 Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной		Владеет нормами знаний в различных ситуациях межличностного и межкультурного общения	Правильно выполненная и вовремя сданная внеаудиторная

деятельности.		самостоятельная работа по дисциплине.
---------------	--	---------------------------------------

3. Оценка освоения учебной дисциплины:

3.1. Формы и методы оценивания

Предметом оценки служат умения и знания, предусмотренные ФГОС по дисциплине «Математика», направленные на формирование общих компетенций.

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий, тестирования, самостоятельных работ, а также выполнения индивидуальных заданий, исследований.

**Контроль и оценка освоения учебной дисциплины
«Математика» по темам**

Элемент учебной дисциплины	Формы и методы контроля			
	Текущий контроль		Рубежный контроль	
	Проверяемые ОК, У, З	Форма контроля	Проверяемые ОК, У, З	Форма контроля
Тема 1. Введение. Повторение материала курса алгебры неполной средней школы			Проверяемые ОК, У, З	Форма контроля
			Проверяемые ОК, У, З	Форма контроля
Тема 1. Введение. Повторение материала курса алгебры неполной средней школы			Входной контроль	Проверяемые ОК, У, З
			У1, 31, 32, ОК1, ОК2	3
<i>Алгебра и начала математического анализа</i>				
Тема 2. Развитие понятия о числе.	1. Устный опрос. Проверка формирования понятия о множествах; нахождение приближенных значений величин; формирование навыков нахождения погрешностей.		ОК1, ОК2, ОК9, У1, 31, 32	
	Самостоятельная работа: 1. Преобразование выражений 2. Комплексные числа 3. Действия над приближенными значениями.			
Тема 3 Корни, степени и	Устный опрос.		У2, У3, 32, ОК1,	Практикум
			У2, У3,	

логарифмы.	Самостоятельная работа: 1. Свойства корней 2. Свойства степеней 3. Свойства логарифмов	ОК2, ОК4, ОК5, ОК9	по теме «Корни, степени, логарифмы»	32, ОК1, ОК2, ОК3		
Тема 4 Основы тригонометрии	Устный опрос. Самостоятельная работа: 1. Основные тригонометрические тождества 2. Преобразование тригонометрических выражений 3. Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа 4. Тригонометрические уравнения 5. Тригонометрические неравенства	У3, У12, У13, 33, ОК2, ОК4	Практикум «Преобразование тригонометрических выражений»	У3, У12, У13, 33, ОК2, ОК4		
Тема 5 Функции и графики	Устный опрос. Самостоятельная работа: 1. Тригонометрические функции.	У7, У6, У5, У4, О К2, ОК1, ОК3, ОК5, ОК6, ОК8, 33	Практикум «Функции и их графики»	У7, У6, У5, У 4, 32, 33, ОК1, ОК2, ОК3		
Тема 6 Уравнения и неравенства	Устный опрос. Самостоятельная работа: 1. Числовые и дробно-рациональные уравнения и неравенства 2. Решение логарифмических и показательных уравнений, неравенств и их систем	У12, У13, У15, 33, ОК1, ОК4 ОК5, ОК6, ОК8.		У12, У13, У15, 33, ОК1, ОК4.		
Дифференцирование зачет 1 семестра					Контрольная работа 1 семестра	ОК1-ОК3, ОК8

<p>Тема 7 Начала математического анализа</p>	<p>Устный опрос. Тестовые с/р по правилам дифференцирования, интегрирования. Самостоятельная работа: 1. Вычисление производных 2. Уравнение касательной 3. Исследование функций с помощью производной. 4. Правила нахождения первообразной. 5. Неопределенный и определенный интеграл</p>	<p>У8, У9, У20, У10 , У11, 32, 33, ОК4</p>	<p>Практикум «Производная» Практикум «Первообразная, интеграл».</p>	<p>У8, У9, У20, У10, У11, 32, 33, ОК4</p>	<p>Зачет по темам I семестра</p>	
Раздел 2						
<p>Тема 1. Прямые и плоскости в пространстве</p>	<p>Устный опрос. Самостоятельная работа: 1. Тестовая работа по теме «Параллельность прямых и плоскостей в пространстве» 2. Тестовая работа по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве»</p>	<p>У18, У19, 32, ОК4, ОК2</p>	<p>Практикум «Прямые и плоскости в пространстве»</p>	<p>У18, У19, 32, ОК4, ОК2</p>		
<p>Тема 2 Координаты и</p>	<p>Устный опрос. Самостоятельная работа:</p>	<p>У19, У20, У23, 33, ОК4, ОК5,</p>	<p>Практикум «Координаты</p>	<p>У19, У20, У23, 33,</p>		

Векторы	1. Формулы расстояния между двумя точками, координаты середины отрезка. 2. Действия над векторами.	ОК6, ОК7, ОК8	и векторы»	ОК4, ОК8		
Тема 3. Многогранники и круглые тела	Устный опрос. Самостоятельная работа: 1. Построение сечений призмы. 2. Построение сечений пирамиды. 3. Цилиндр. Конус. 4. Сфера и шар	У21, У22, У23, У24, У25, 32, ОК1-ОК7	Практикум «Многогранники» Практикум «Тела вращения»	У21, У22, У23, У24, 32, ОК2, ОК4, ОК8		
Тема 4. Измерения в геометрии	Устный опрос.	У21, У22, У23, У24, У25, 32, ОК1-ОК7	Практикум «Объемы многогранников» Практикум «Объем фигур»	У21, У22, У23, У24, 32, ОК2, ОК4, ОК8		
Раздел 3 <i>Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей</i>						
Тема 1 Элементы комбинаторики	Устный опрос. Самостоятельная работа: 1. Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний.	У16, У17, 34, ОК1, ОК2.				
Тема 2 Элементы теории вероятностей и математической статистики	Устный опрос. Самостоятельная работа: 1. Понятие о задачах математической статистики. 2. Решение практических задач с применением вероятностных методов	У16, У17, 34, ОК1, ОК2.	Практикум «Решение задач теории вероятностей»	У16, У17, 34, ОК1, ОК2.		

Экзамен					<p>Экзаменационная работа по дисциплине «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»</p>	<p>ОК2, ОК4, ОК8</p>
----------------	--	--	--	--	--	----------------------

3.2. Критерии оценивания устных ответов и письменных работ.

Результаты обучения дисциплины должны соответствовать общим задачам предмета и требованиям к его усвоению.

Результаты обучения оцениваются по пятибалльной системе. При оценке учитываются следующие качественные показатели ответов:

- глубина (соответствие изученным теоретическим обобщениям);
- осознанность (соответствие требуемым в программе умениям применять полученную информацию);
- полнота (соответствие объему программы и информации учебника).

При оценке учитываются число и характер ошибок (существенные или несущественные).

Результаты обучения проверяются в процессе устных и письменных ответов учащихся.

Оценка устного ответа

Оценка «5»:

- ответ полный и правильный на основании изученных теорий;
- материал изложен в определенной логической последовательности, литературным языком;
- ответ самостоятельный.

Оценка «4»:

- ответ полный и правильный на основании изученных теорий;
- материал изложен в определенной логической последовательности, при этом допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию учителя.

Оценка «3»:

- ответ полный, но при этом допущена существенная ошибка или ответ неполный, несвязный.

Оценка «2»:

- при ответе обнаружено непонимание учащимся основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые учащийся не может исправить при наводящих вопросах учителя.

Оценка письменных работ

Оценка ставится на основании наблюдения за учащимися и письменного отчета за работу.

Оценка «5»:

- работа выполнена полностью и правильно, сделаны правильные вычисления и выводы;

Оценка «4»:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущены одна ошибка или есть два – три недочёта в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работ не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3»:

допущено более одной ошибки или более двух – трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2»:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

4. Контрольно-оценочные материалы для аттестации по учебной дисциплине

Задания для проведения текущего контроля и практических занятий

Раздел 1 Алгебра и начала анализа

Тема 1. Введение.

Задание для вводной контрольной работы

по дисциплине МАТЕМАТИКА:

АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА; ГЕОМЕТРИЯ (входной контроль)

Вариант 1

1. Упростить выражение $\left(\frac{x-y}{x} - \frac{y-x}{y}\right) : \frac{x+y}{xy}$
2. Решить систему уравнений $\begin{cases} x^2 + 2y = -2, \\ x + y = -1. \end{cases}$
3. Решить неравенство $x^2 - 5x + 6 \leq 0$
4. Упростить выражение $\frac{a^{-3} \cdot (a^4)^2}{a^{-6}}$
5. Решить систему неравенств $\begin{cases} 6 - 5x > 4x - 2, \\ 4 - 2x \leq x + 7. \end{cases}$
6. Одна из сторон прямоугольника на 7 см больше другой, а его диагональ равна 13 см. Найти стороны прямоугольника.

Вариант 2

1. Упростить выражение $\frac{a}{a+c} \cdot \left(\frac{a+c}{c} + \frac{a+c}{a}\right)$
2. Решить систему уравнений $\begin{cases} y^2 + 2x = 2, \\ x + y = 1. \end{cases}$
3. Решить неравенство $x^2 - 6x + 8 \leq 0$
4. Упростить выражение $\frac{(x^{-4})^2 \cdot x^9}{x^{-1}}$
5. Решить систему неравенств $\begin{cases} 3x - 2 > 5x - 8, \\ 13 - x \leq 5x + 3. \end{cases}$
6. Периметр прямоугольника равен 14 см, а его диагональ равна 5 см. Найти стороны прямоугольника.

Вариант 3

1. Упростить выражение $\left(\frac{m+5}{m-5} - \frac{m}{m+5}\right) \cdot \frac{m+5}{3m+5}$
2. Решить систему уравнений $\begin{cases} x + 2y = 11, \\ x \cdot y = 14. \end{cases}$
3. Решить неравенство $x^2 - 8x + 15 \leq 0$

- Упростить выражение $\frac{(a^{-4})^3 \cdot a^6}{a^{-5}}$
- Решить систему неравенств $\begin{cases} 2x - 4.8 < 4x + 1.2, \\ 12 - x \geq 4x - 13. \end{cases}$
- Одна из сторон прямоугольника на 4 см больше другой. Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна 45 см^2 .

Вариант 4

- Упростить выражение $\left(\frac{y+1}{y-1} - \frac{y}{y+1}\right) : \frac{3y+1}{y^2+y}$
- Решить систему уравнений $\begin{cases} x + y = 5, \\ x - y^2 = 3. \end{cases}$
- Решить неравенство $x^2 + x - 42 \leq 0$
- Упростить выражение $\frac{(x^{-9})^2 \cdot x^{16}}{x^{-4}}$
- Решить систему неравенств $\begin{cases} x - 1.2 > 5x - 9.6, \\ 13 - 3x \leq 5x - 3. \end{cases}$
- Периметр прямоугольника равен 26 см, а его площадь равна 42 см^2 .
Найти стороны прямоугольника.

Вариант 5

- Упростить выражение $\left(\frac{x-y}{x} - \frac{y-x}{y}\right) : \frac{x+y}{xy}$
- Решить систему уравнений $\begin{cases} x^2 + 2y = -2, \\ x + y = -1. \end{cases}$
- Решить неравенство $x^2 - 5x + 6 \leq 0$
- Упростить выражение $\frac{a^{-3} \cdot (a^4)^2}{a^{-6}}$
- Решить систему неравенств $\begin{cases} 6 - 5x > 4x - 2, \\ 4 - 2x \leq x + 7. \end{cases}$
- Одна из сторон прямоугольника на 7 см больше другой, а его диагональ равна 13 см. Найти стороны прямоугольника.

Вариант 6

- Упростить выражение $\frac{a}{a+c} \cdot \left(\frac{a+c}{c} + \frac{a+c}{a}\right)$
- Решить систему уравнений $\begin{cases} y^2 + 2x = 2, \\ x + y = 1. \end{cases}$
- Решить неравенство $x^2 - 6x + 8 \leq 0$
- Упростить выражение $\frac{(x^{-4})^2 \cdot x^9}{x^{-1}}$
- Решить систему неравенств $\begin{cases} 3x - 2 > 5x - 8, \\ 13 - x \leq 5x + 3. \end{cases}$
- Периметр прямоугольника равен 14 см, а его диагональ равна 5 см.
Найти стороны прямоугольника.

Тема 2. Развитие понятия о числе.

Самостоятельная работа:

1. Преобразование выражений

Вариант1

1. Перевести в дробь 2,(405); 0,12(36)

2. Многочлены $P(x) = (a + 1)x^3 + 2$ и $G(x) = 3x^3 + bx^2 + (c - 1)x + d$ тождественно равны. Найти значение a, b, c, d .

3. Выполнить действия

а) $(6x^3 + 2x^2 - 8x - 9) - (8x^3 - x^2 - 6x + 1)$ б) $-4x^2(-2x^5 + 4xy - 3y^3)$ в) $(3x^2 - 2y^3)^2$ г) $2(3x + 5)(5 - 3x)$

д) $(2x - 3y)(y + 3x)$ е) $(6x^3 - 11x^2 + 3x - 8) : (x - 1)$

ж) $(6x^5 - 8x^4 + 15x^3 - 4x^2 + 2x + 4) \ominus x^2 - 2x$

Вариант2

1. Перевести в дробь 2,(504); 0,12(24)

2. Многочлены $P(x) = (a - 1)x^3 + 4x^2 - 3$ и $G(x) = 3x^3 + bx^2 + (c - 1)x + d$ тождественно равны. Найти значение a, b, c, d .

3. Выполнить действия

а) $(5x^3 - 2x^2 - 8x + 7) - (8x^3 - x^2 - 5x + 1)$ б) $-4x^2(-2x^5 + 6xy + 3y^3)$ в) $(x^2 - 4y^3)^2$ г) $-2(3x + 1)(1 - 3x)$

д) $(4x - 3y)(y + 3x)$ е) $(5x^3 - 10x^2 + 3x + 2) : (x - 1)$

ж) $(4x^5 - 12x^4 + 8x^3 - 2x^2 + 3x + 4) \ominus 2x^2 - x$

Вариант3

1. Перевести в дробь 2,(162); 0,12(48)

2. Многочлены $P(x) = (a + 4)x^3 - 2x - 3$ и $G(x) = 3x^3 + bx^2 + (c - 1)x + d$ тождественно равны. Найти значение a, b, c, d .

3. Выполнить действия

а) $(5x^3 + 2x^2 - 8x - 3) - (8x^3 - 5x^2 - 5x + 1)$ б) $-6x^3(-2x^5 + 5xy - 2y^3)$ в) $(5x^2 - y^3)^2$ г) $-2(7x + y)(y - 7x)$

д) $(2x - 5y)(y + 6x)$ е) $(7x^3 - 3x^2 + 10x - 20) : (x - 1)$

ж) $(4x^5 - 10x^4 + 8x^3 - 9x^2 + 2x - 4) \ominus x^2 - 2x$

Вариант4

1. Перевести в дробь 6,(1092); 0,1(48)

2. Многочлены $P(x) = (a - 5)x^3 - 2x + 6$ и $G(x) = 3x^3 + bx^2 + (c + 3)x + d$ тождественно равны. Найти значение a, b, c, d .

3. Выполнить действия

а) $(x^3 + 10x^2 - 6x - 3) - (-6x^3 - 3x^2 - 5x - 9)$ б) $-6x^3(-5x^5 + 9xy - 2y^3)$ в) $(3x^2 - 7y^3)^2$ г) $-5(2x + 3y)(3y - 2x)$
д) $(3x - 7y)(y + 6x)$ е) $(5x^3 - 3x^2 - 4x + 2) : (x - 1)$ ж) $(4x^5 - 6x^4 + 8x^3 + 9x^2 + 3x - 4) \ominus x^2 - 3x$

Вариант 5

1. Перевести в дробь 6,(9012); 0,1(63)

2. Многочлены $P(x) = (a + 8)x^3 - 2x^2 + 6$ и $G(x) = 3x^3 + bx^2 + (c + 3)x + d$ тождественно равны. Найти значение a, b, c, d .

3. Выполнить действия

а) $(-2x^3 + 8x^2 - 6x + 5) - (-5x^3 - 2x^2 - 7x - 9)$ б) $-6x^3(-2x^5 - 4xy + 3y^3)$ в) $(2x^2 + 3y^3)^2$ г) $-5(x + 4y)(4y - x)$
д) $(3x - 5y)(y + 3x)$ е) $(4x^3 - 3x^2 - 2x + 3) : (x - 1)$ ж) $(2x^5 - 8x^4 + 4x^3 + 9x^2 + 12x - 4) \ominus x^2 - 2x$

Вариант 6

1. Перевести в дробь 1,(531); 0,2(63)

2. Многочлены $P(x) = (a - 3)x^3 + 4x^2 - 3x$ и $G(x) = 3x^3 + bx^2 + (c + 3)x + d$ тождественно равны. Найти значение a, b, c, d .

3. Выполнить действия

а) $(x^3 - 2x^2 - 3x + 4) - (-5x^3 - 6x^2 - 7x - 8)$ б) $-6x^3(-2x^5 - 5xy + y^3)$ в) $(2x^2 - 7y^3)^2$ г) $-5(x + 9y)(9y - x)$
д) $(3x - 4y)(2y + x)$ е) $(2x^3 - 3x^2 - 4x + 5) : (x - 1)$ ж) $(4x^5 - 8x^4 - 6x^3 + 9x^2 + 2x - 4) \ominus x^2 - 2x$

2. Комплексные числа

Вариант 1

1. $z_1 = 3 + 2i, z_2 = 4 - 5i$.

Найти а) $z_1 + z_2$, б) $z_2 - z_1$, в) $z_1 \cdot z_2$, г) $\frac{z_1}{z_2}$.

2. Решить уравнение $z^2 + 7z + 10 = 0$

3. Изобразить множество точек, удовлетворяющих неравенству $|z| \leq 4$

Вариант 2

1. $z_1 = 3 - 4i, z_2 = 2 + 6i$.

Найти а) $z_1 + z_2$, б) $z_1 - z_2$, в) $z_1 \cdot z_2$, г) $\frac{z_1}{z_2}$.

2. Решить уравнение $z^2 - 11z + 90 = 0$

3. Изобразить множество точек, удовлетворяющих неравенству $|z - i| \geq 9$

3. Действия над приближенными значениями.

Вариант 1

1. Округлить числа до сотых и найти абсолютную и относительную погрешности:
3,127; 0,6219
2. Указать верные и сомнительные цифры в числе $8,0536 \pm 0,01$
3. Выполнить $+$, $-$, \cdot , \div приближенных значений $x \approx 9,225$ и $y \approx 0,4$

Вариант 2

1. Округлить числа до десятых и найти абсолютную и относительную погрешности: 3,127; 0,6912
2. Указать верные и сомнительные цифры в числе $8,0536 \pm 0,001$
3. Выполнить $+$, $-$, \cdot , \div приближенных значений $x \approx 10,125$ и $y \approx 0,04$

Вариант 3

1. Округлить числа до тысячных и найти абсолютную и относительную погрешности: 3,1276; 0,6912
2. Указать верные и сомнительные цифры в числе $8,0492 \pm 0,002$
3. Выполнить $+$, $-$, \cdot , \div приближенных значений $x \approx 4,255$ и $y \approx 0,4$

Вариант 4

1. Округлить числа до единиц и найти абсолютную и относительную погрешности: 4,19; 0,69
2. Указать верные и сомнительные цифры в числе $8,04832 \pm 0,02$
3. Выполнить $+$, $-$, \cdot , \div приближенных значений $x \approx 4,255$ и $y \approx 0,5$

Вариант 5

1. Округлить числа до сотых и найти абсолютную и относительную погрешности: 4,149; 0,602
2. Указать верные и сомнительные цифры в числе $8,04579 \pm 0,03$
3. Выполнить $+$, $-$, \cdot , \div приближенных значений $x \approx 4,125$ и $y \approx 0,5$

Вариант 6

1. Округлить числа до десятых и найти абсолютную и относительную погрешности: 4,149; 0,492
2. Указать верные и сомнительные цифры в числе $8,1234 \pm 0,04$
3. Выполнить $+$, $-$, \cdot , \div приближенных значений $x \approx 5,255$ и $y \approx 0,5$

Тема 3 Корни, степени и логарифмы

Самостоятельная работа:

1. Свойства корней

Вариант 1

Вычислить: а) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}$;

б) $\sqrt[3]{100} \cdot \sqrt[6]{6400}$;

в) $2\sqrt{x} + 5\sqrt{25x} - 3\sqrt{36x} - 4\sqrt{9x}$;

г) $\sqrt[4]{16 \cdot 81} \cdot \sqrt{12} / \sqrt{3}$;

д) $\sqrt[3]{7 + \sqrt{22}} \cdot \sqrt[3]{7 - \sqrt{22}}$.

Вариант 2

Вычислить: а) $\sqrt{250} \cdot \sqrt{10}$;

б) $\sqrt[4]{500} \cdot \sqrt[4]{64}$;

в) $\sqrt{16x} + \sqrt[3]{8x} - 2\sqrt[3]{27x} + \sqrt{9x}$;

г) $\sqrt[3]{72} \cdot \sqrt{108} / \sqrt[6]{192}$;

д) $\sqrt[3]{12 + \sqrt{19}} \cdot \sqrt[3]{12 - \sqrt{19}}$.

2. Свойства степеней

Вариант 1

1. Представить в виде степени $\sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt{x}$

2. Вычислить а) $\frac{3^{\frac{2}{3}} \cdot 81^{\frac{3}{4}}}{3^{-\frac{1}{3}}}$; б) $(10^{-\frac{1}{3}} \cdot 0,01^{\frac{1}{3}})^{-1}$

3. Упростить $(16x)^{\frac{3}{4}} \cdot \left(\frac{1}{8}x^{\frac{3}{8}}\right)^{-\frac{2}{3}}$; б) $\frac{ab^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b}{(ab)^{\frac{1}{3}}}$

Вариант 2

1. Представить в виде степени $\sqrt[10]{x^9} \cdot x^{1,1}$

2. Вычислить а) $\frac{\sqrt{2} \cdot 8^{\frac{2}{3}}}{2^{-\frac{1}{2}}}$ б) $(25^{-\frac{1}{4}} \cdot 5^{-\frac{1}{2}})^{-1}$

3. Упростить а) $(1000x)^{\frac{2}{3}} \cdot (0,01x^{\frac{1}{3}})^{-\frac{1}{2}}$ б) $\frac{a^{\frac{1}{4}}b + b^{\frac{1}{4}}a}{(ab)^{\frac{1}{4}}}$

3. Свойства логарифмов

Вариант 1

Вычислить:

- а) $\log_3 \frac{1}{27}$; в) $\log_{26} 2 + \log_{26} 13$;
б) $\log_{0,1} 0,0001$; г) $\log_2 15 - \log_2 30$;

$$\log_{\frac{1}{2}} 16 \cdot \log_5 \frac{\sqrt[3]{5}}{25} : 3^{\log_3 2};$$

Вариант 2

Вычислить:

- а) $\lg 0,0001$; в) $\log_{12} 4 + \log_{12} 36$.
б) $\log_{\frac{1}{3}} 81$. г) $\log_{0,2} 40 - \log_{0,2} 8$.

$$д) \log_{\frac{1}{3}} 9 \cdot \log_2 \frac{\sqrt[3]{2}}{8} : 7^{2 \log_7 2};$$

Практикум по теме «Корни, степени, логарифмы»

Вариант 1

1. $\frac{\sqrt[3]{a^7} \sqrt[4]{a^9}}{a^3 \sqrt{a}}$

2. Упростить $(a + b^{\frac{1}{8}})(a - b^{\frac{1}{8}}) + \sqrt[4]{b}$

3. Записать в виде степени с основанием 3 $\frac{\sqrt[5]{27}}{\sqrt[5]{81}}$

4. $\log_{1,5} \log_4 8$

5. $\sqrt{5}(\log_2 20 - \log_2 5 + 9^{\log_9 8})^{0,5 \lg 5}$

Вариант 2

1. $\frac{\sqrt{a^{11}} \sqrt[4]{a^5}}{a^5 \sqrt{a}}$

2. Упростить $(a^{\frac{1}{5}} - b)(a^{\frac{1}{5}} + b) - \sqrt[5]{a^2}$

3. Записать в виде степени с основанием 2 $\frac{\sqrt[6]{128}}{\sqrt{2}}$

4. $\log_{0,75} \log_{27} 81$

5. $\frac{3}{7}(\log_6 18 - \log_6 3 + 3^{\log_3 4})^{2 \log_5 7}$

Вариант 3

1. $\frac{\sqrt[2]{a^5} \sqrt[3]{a^2}}{a^3 \sqrt{a^4}}$

2. $(0,81ac^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{125}a^{\frac{3}{4}}c\right)^{-\frac{1}{3}}$

3. Записать в виде степени с основанием 2 $\frac{\sqrt[6]{128}}{\sqrt[7]{8}}$

4. $100^{2 \lg 2 + \lg 3}$

5. $\log_{0,5} 8 \cdot \log_5 \frac{\sqrt[3]{5}}{25} : 9^{\log_3 2}$

Вариант 4

1. $\frac{\sqrt[3]{a^5} \sqrt[4]{a^{11}}}{a^5 \sqrt{a}}$

2. $(0.0125a^2c)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{16}ac^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}$

3. Записать в виде степени с основанием 5 $\frac{\sqrt[6]{5}}{\sqrt[7]{125}}$

4. $4^{\log_2 3 + 0,5 \log_2 9}$

5. $\log_{\frac{1}{2}} 4 \cdot \log_2 \frac{\sqrt[3]{2}}{8} : 5^{2 \log_{25} 2}$

Тема 4 Основы тригонометрии

Самостоятельная работа:

1. Основные тригонометрические тождества

Вариант А1

❶

Известно, что

$$\sin \alpha = 0,8 \text{ и } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}.$$

$$\cos \alpha = 0,6 \text{ и } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}.$$

Найдите значения трех других тригонометрических функций угла α .

❷

Упростите выражения:

а) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta$;

а) $\operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg} \beta - \sin^2 \alpha$;

б) $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} \cdot (1 - \sin^2 \alpha)$.

б) $\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$.

❸

Докажите тождество:

$$\frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \alpha} = \operatorname{tg} \alpha.$$

$$\frac{1 + \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha.$$

2. Преобразование тригонометрических выражений

Вариант 1

1. Вычислить:

а) $\sin 300^\circ$;

б) $\cos 62^\circ \cos 28^\circ - \sin 62^\circ \sin 28^\circ$;

в) $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$;

г) $2 \cos^2 15^\circ \operatorname{tg} 15^\circ$

2. Упростить $\sin 6\alpha - \sin 4\alpha$

Вариант 2

1. Вычислить:

- а) $\cos 210^\circ$
 б) $\sin 112^\circ \cos 22^\circ - \sin 22^\circ \cos 112^\circ$
 в) $2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$
 г) $1 - 2 \sin^2 22^\circ 30'$
 2. Упростить $\cos 7\alpha - \cos 3\alpha$

3. Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа

Вариант А1

1

Вычислите:

- а) $\arcsin 1 - \operatorname{arctg} 0$;
 б) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + \operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right)$;
 в) $\operatorname{ctg} \left(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$.

2

Сравните числа:

$$\arcsin \left(-\frac{1}{2} \right) \text{ и } \arccos \left(-\frac{1}{2} \right).$$

3

Определите, имеет ли смысл выражение

$$\arcsin(x-1) \text{ при } x = \sqrt{5};$$

$$x = 0,9; \quad x = \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right).$$

$$\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ и } \arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right).$$

$$\arccos(x+1) \text{ при } x = -\sqrt{3};$$

$$x = \cos \frac{\pi}{3}; \quad x = -\frac{1}{3}.$$

Ответ объясните.

4. Тригонометрические уравнения

Вариант 1

$$1. 2 \sin x = \sqrt{3}$$

$$2. \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = -1$$

$$3. \operatorname{tg} 3x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$4. 2 \sin \left(\frac{\pi}{6} - x \right) + 1 = 0$$

Вариант 2

$$1. 2 \cos x = 1$$

$$2. \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 1$$

$$3. \operatorname{ctg} \frac{x}{2} = -\sqrt{3}$$

$$4. \sqrt{2} \cos \left(\frac{\pi}{4} - x \right) + 1 = 0$$

5. Тригонометрические неравенства

Вариант 1

- $2\sin x > 1$
- $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\operatorname{tg} 2x \geq \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$

Вариант 2

- $\sqrt{2}\cos x < 1$
- $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \geq -\frac{1}{2}$
- $\operatorname{tg} \frac{x}{3} \leq \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$

Практикум «Преобразование тригонометрических выражений»

Вариант 1

1. Найдите значение выражения:

а) $\cos 120^\circ$; б) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$.

2. Вычислите значение выражения:

$\sin(\alpha - \beta) + \sin \beta \cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \beta = -\frac{7}{15}$.

3. Упростите выражение:

а) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha$; б) $4 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos 2\alpha$.

4. Докажите, что $\cos 75^\circ + \cos 45^\circ - \cos 15^\circ = 0$.

5. Представьте в виде произведения $\sin \alpha - \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)$

6. Дано: $\cos \alpha = -0,6$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Вычислите: а) $\sin \alpha$; б) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$

7. Докажите тождество: $\frac{2 \sin^2 \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

Вариант 2

1. Найдите значение выражения:

а) $\sin 210^\circ$; б) $\operatorname{ctg} \frac{7\pi}{4}$.

2. Вычислите значение выражения:

$\cos(\alpha + \beta) + \sin \alpha \cdot \sin \beta$, если $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$, $\cos \beta = \frac{15}{16}$.

3. Упростите выражение:

а) $\sin 2\alpha - (\sin \alpha + \cos \alpha)^2$; б) $2 - \frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin^2 \alpha}$.

4. Докажите, что $\sin 25^\circ + \sin 35^\circ - \cos 5^\circ = 0$.

5. Представьте в виде произведения

$\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + \cos \alpha$.

6. Дано: $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Вычислите: а) $\cos \alpha$; б) $\operatorname{ctg}(\pi - \alpha)$.

7. Докажите тождество: $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{2 \cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha}$.

Практикум «Тригонометрические уравнения и неравенства»

Вариант 1

1. а) $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$; б) $\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + 1 = 0$; в) $\sin^2 x + 2 \cos x + 2 = 0$

2. а) $-2 \cos \frac{x}{2} + 1 < 0$; б) $\operatorname{tg}(\pi - x) > \frac{\sqrt{3}}{3}$

3. а) $\arccos(-1) - 2 \operatorname{arctg} 0$;

б) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \operatorname{arctg} \sqrt{3}$;

в) $\arccos\left(\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$.

Вариант 2

1. а) $\sqrt{2} \cos x - 1 = 0$; б) $2 \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + 1 = 0$; в) $\cos^2 x + 3 \sin x - 3 = 0$

2. а) $-\sqrt{3} - 2 \sin 3x < 0$; б) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) > \sqrt{3}$;

3. а) $\arcsin(-1) + 2 \operatorname{arctg} 0$;

б) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) - 2 \operatorname{arctg} \sqrt{3}$;

в) $\arccos\left(\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$.

Вариант 3

1. а) $2 \cos x + 1 = 0$; б) $2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + \sqrt{3} = 0$; в) $2 \cos^2 x + \sin x + 1 = 0$

2. а) $\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) < -\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\operatorname{tg}(-2x) - 1 \geq 0$;

3. а) $\arcsin 1 - \operatorname{arctg} 0$;

б) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$;

в) $\operatorname{ctg}\left(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Вариант 4

1. а) $2 \sin x + \sqrt{3} = 0$; б) $\sqrt{2} \cos\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) - 1 = 0$; в) $2 \sin^2 x - 7 \cos x - 5 = 0$

2. а) $\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) > -1$; б) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{x}{2}\right) - \sqrt{3} \leq 0$;

3. а) $\arccos 0 - \operatorname{arctg} 1$;

б) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{2}$;

в) $\operatorname{tg}\left(\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

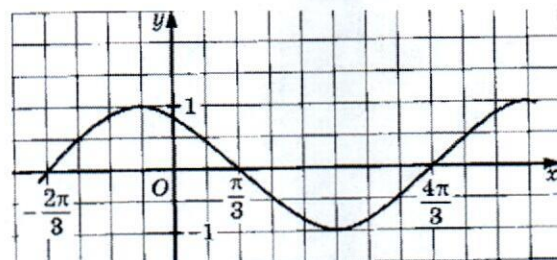
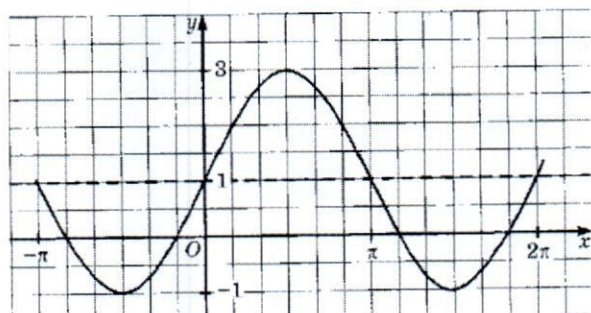
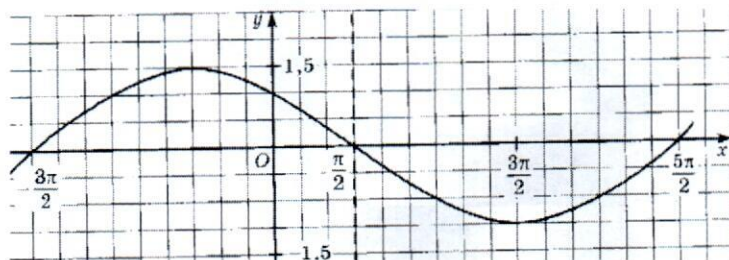
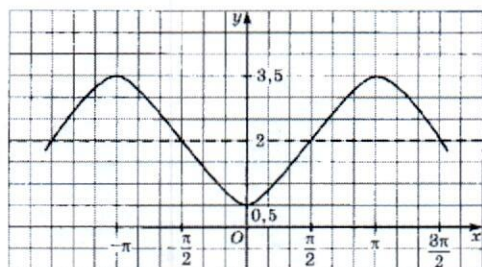
Тема 5 Функции и графики

Самостоятельная работа:

1. Тригонометрические функции.

Вариант 1

1. Записать формулу функции

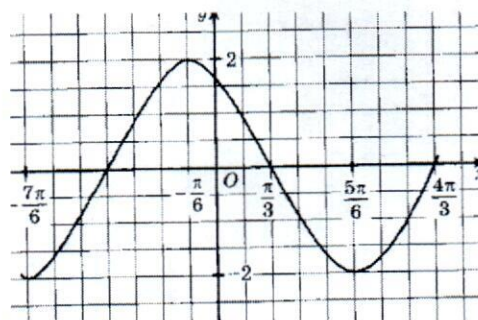
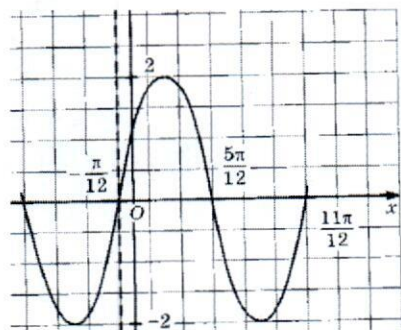
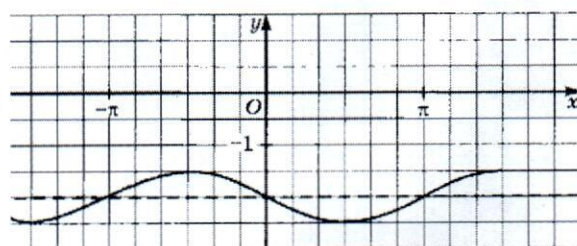
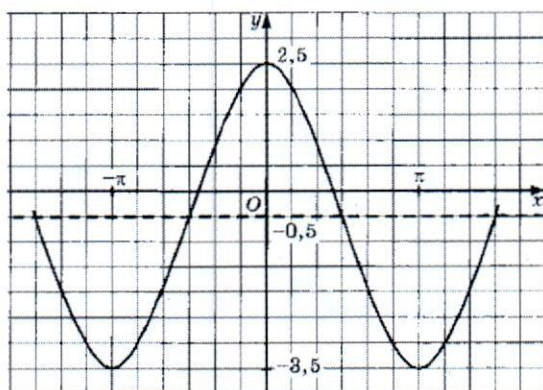


2. Построить график функции и исследовать её

$$y = 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + 1;$$

Вариант 2

1. Записать формулу функции



2. Построить график функции и исследовать её

$$y = -3 \cos \left(x - \frac{5\pi}{6} \right) - 2;$$

Практикум «Функции и их графики»

Вариант 1

1. Найти область определения функции $y = 3tg \frac{x}{2}$
2. Найти область значений функции $y = 2\sin 2x - 2$
3. Найти нули функции $f(x) = -3\cos 3x$
4. Построить график функции и исследовать ее $f(x) = \frac{1}{2}\sin(x - \frac{\pi}{3})$

Вариант 2

1. Найти область определения функции $y = 4tg 2x$
2. Найти область значений функции $y = 3\cos \frac{x}{3} - 3$
3. Найти нули функции $f(x) = -2\sin 2x$
4. Построить график функции и исследовать ее $f(x) = -2\sin(x + \frac{\pi}{6})$

Вариант 3

1. Найти область определения функции $y = \frac{1}{2}ctg \frac{x}{2}$
2. Найти область значений функции $y = \frac{1}{4}\sin 4x - 4$
3. Найти нули функции $f(x) = tg 3x - 1$
4. Построить график функции и исследовать ее $f(x) = -2\cos(x + \frac{\pi}{3})$

Вариант 4

1. Найти область определения функции $y = \frac{1}{3}tg \frac{x}{3}$
2. Найти область значений функции $y = \frac{1}{2}\sin 2x + 2$
3. Найти нули функции $f(x) = -ctg 3x + 1$
4. Построить график функции и исследовать ее $f(x) = 3\cos(x - \frac{\pi}{3})$

Вариант 5

1. Найти область определения функции $y = 2tg \frac{x}{3}$
2. Найти область значений функции $y = \frac{1}{3}\sin 2x - 3$
3. Найти нули функции $f(x) = \cos 3x + 1$
4. Построить график функции и исследовать ее $f(x) = -\sin 2x + 1$

Вариант 6

1. Найти область определения функции $y = \frac{1}{3}ctg \frac{x}{3}$
2. Найти область значений функции $y = \frac{1}{2}\sin 2x - \frac{1}{2}$
3. Найти нули функции $f(x) = -\cos 3x + 1$
4. Построить график функции и исследовать ее $f(x) = -\sin \frac{1}{2}x - 1$

Тема 6 Уравнения и неравенства

Самостоятельная работа:

1. Числовые и дробно-рациональные уравнения и неравенства

В а р и а н т 1

1. Решите уравнение:

а) $\frac{x^2}{x^2-9} = \frac{12-x}{x^2-9}$; б) $\frac{6}{x-2} + \frac{5}{x} = 3$

2. Решите неравенство:

а) $(x+2)(x-4) \leq 0$;

б) $3x^2 - 2x - 21 \leq 0$;

в) $\frac{5-x}{3x+2} \geq 0$;

г) $\frac{4x-x^2}{x+2} \leq 0$.

д) $x^3 + x^2 - 9x - 9 > 0$;

е) $\frac{(x-2)^2(x+1)}{x^2-3x-4} \geq 0$.

В а р и а н т 2

1. Решите уравнение:

а) $\frac{3x+4}{x^2-16} = \frac{x^2}{x^2-16}$; б) $\frac{3}{x-5} + \frac{8}{x} = 2$

2. Решите неравенство:

а) $(x+3)(x-2) \leq 0$;

б) $4x^2 - 3x - 10 \leq 0$;

в) $\frac{x-4}{4x+2} \leq 0$;

г) $\frac{x^2+3x}{x-2} \geq 0$;

д) $x^3 + 2x^2 - 7x - 14 < 0$;

е) $\frac{(x-3)^2(x-1)}{x^2+x-2} \leq 0$.

Вариант 3

1. Решите уравнение:

а) $\frac{x^2}{x^2-1} = \frac{4x+5}{x^2-1}$; б) $\frac{5}{x-3} - \frac{8}{x} = 3$

2. Решите неравенство:

а) $(x+4)(x-3) \leq 0$;

б) $20+3x-2x^2 \geq 0$;

в) $\frac{x+6}{1-3x} \geq 0$.

г) $\frac{2x-x^2}{x+3} \leq 0$.

д) $x^3-2x^2-5x+10 > 0$;

е) $\frac{(x-5)^2(x-1)}{x^2+2x-3} \leq 0$.

Вариант 4

1. Решите уравнение:

а) $\frac{5x+14}{x^2-4} = \frac{x^2}{x^2-4}$; б) $\frac{8}{x-3} - \frac{10}{x} = 2$

2. Решите неравенство:

а) $(x+2)(x-5) \leq 0$;

б) $3x^2-7x-20 < 0$;

в) $\frac{2-x}{2x+3} \geq 0$;

г) $\frac{x^2-5x}{4-x} \geq 0$.

д) $x^3+3x^2-5x-15 < 0$;

е) $\frac{(x-7)^2(x+2)}{x^2-6x+8} \geq 0$.

2. Решение логарифмических и показательных уравнений, неравенств и их систем

Вариант 1

Решить уравнение

$$\log_5^2 x + \log_5 x - 2 = 0.$$

$$\sqrt{x^2 - 5} = \sqrt{x + 1};$$

Решить неравенство

$$(1,5)^{\frac{x^2+x-20}{x}} \leq 1;$$

$$\sqrt{x^2 - 3x - 4} > x - 2;$$

$$\log_2(x^2 - 3x) < 2;$$

$$\log_{0,8}(2x^2 - 9x + 4) \geq 2 \log_{0,3}(x + 2);$$

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4, \\ x - y = 8; \end{cases}$$

Вариант 2

Решить уравнение

$$\log_4^2 x - 2 \log_4 x - 3 = 0.$$

$$\sqrt{x + 1} = x - 1;$$

Решить неравенство

$$(3,2)^{\frac{x^2+2x-3}{x}} \geq 1;$$

$$\sqrt{x^2 + 3x - 4} > x + 2;$$

$$\log_8(x^2 + 2x) < 1;$$

$$\log_{0,6}(2x^2 + 3x + 1) \geq 2 \log_{0,6}(x - 1);$$

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1, \\ x - y = 3; \end{cases}$$

Контрольная работа 1 семестра

1 вариант

1. Упростить выражение: а) $(0,36ac^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} \cdot (\frac{1}{125}a^{\frac{3}{4}}c)^{-\frac{1}{3}}$; б) $\log_{\frac{1}{2}} \log_{25} 5 - 9^{\log_9 2}$;

2. Решить уравнение: а) $\sqrt{x} = \sqrt{x^2 - x - 3}$; б) $\log_2(x + 2) = \log_2(x^2 + x - 7)$; в) $2 \cos \frac{x}{3} = 1$

3. Решить неравенство: а) $-2 \sin x < \sqrt{3}$; б) $\log_7(2 - x) \leq \log_7(3x + 6)$;

4. Решить систему: а) $\begin{cases} 3^x + 3^y = 12, \\ x + y = 3. \end{cases}$

2 вариант

1. Упростить выражение: а) $(16x)^{\frac{3}{4}} \cdot (\frac{1}{8}x^{\frac{3}{8}})^{-\frac{2}{3}}$ б) $\frac{4}{7}(\log_6 2 + \log_6 3 + 2^{\log_2 4})^{\log_5 7}$

2. Решить уравнение: а) $\sqrt{2x + 1} = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$; б) $2 \log_{\frac{1}{7}} x = \log_{\frac{1}{7}}(11 - 10x)$; в) $\sin 2x = 0$

3. Решить неравенство: а) $\cos \frac{x}{3} > \frac{1}{2}$; б) $\log_{0,2}(3x - 1) \geq \log_{0,2}(3 - x)$

4. Решить систему: а) $\begin{cases} 4^x - 4^y = 15, \\ x + y = 2. \end{cases}$

3 вариант

1. Упростить выражение: а) $(a + b^{\frac{1}{4}})(a - b^{\frac{1}{4}}) + \sqrt{b}$; б) $\log_2 16 \cdot \log_5 \frac{1}{25} : 3^{\log_3 4}$

2. Решить уравнение: а) $\sqrt{9 - x^2} = \sqrt{x + 9}$; б) $2\log_5(x) = \log_5(x + 2)$; в) $2 \cos x - 1 = 0$

3. Решить неравенство: а) $\cos 2x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\log_{\frac{1}{3}}(x + 1) \geq \log_{\frac{1}{3}}(3 - x)$;

4. Решить систему: а) $\begin{cases} 2^x + 2^y = 10, \\ x + y = 4. \end{cases}$

Вариант 4

1. Упростить выражение: а) $(0.027a^2c)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{25}ac^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}$; б) $\sqrt{5}(\log_2 12 - \log_2 3 + 3^{\log_3 8})\lg\sqrt{5}$;

2. Решить уравнение: а) $\sqrt{2x + 1} = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$; б) $\log_3(1 - 6x) = \log_3(17 - x^2)$; в) $2 \cos 3x - 2 = 0$

3. Решить неравенство: а) $2 \sin x \geq \sqrt{2}$; б) $\lg(3x - 7) \leq \lg(x + 1)$;

4. Решить систему: а) $\begin{cases} \left(\frac{1}{5}\right)^{4x-y} = 25, \\ 7^{9x-y} = \sqrt{7}. \end{cases}$

Вопросы для дифференцированного зачета 1 семестра

1. Числовые множества.
2. Свойства корней n-й степени.
3. Свойства степеней с рациональным показателем.
4. Логарифм и его свойства.
5. Градусная и радианная мера угла.
6. Тригонометрическая окружность.
7. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа и их свойства.
8. Основные тригонометрические тождества.
9. Формулы двойного угла, суммы и разности аргумента, суммы и разности синуса и косинуса.
10. Решение тригонометрических уравнений.
11. Преобразование графиков функций.

Тема 7 Начала математического анализа

Самостоятельная работа:

1. Вычисление производных

1 вариант

1) Найдите производную функции:

а) $y = \frac{x^7}{7}$;

б) $y = x^3 + 5\sqrt{x}$;

в) $y = \frac{1}{x^4}$;

г) $y = 7 \cos x - 5 \sin x - 9$;

д) $y = 3e^x$;

е) $y = 2 \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x$;

ж) $y = (2x^3 - 3)(3x^2 - 2)$;

з) $y = \frac{5x^2}{x+1}$;

и) $y = \frac{\sin x}{\cos x}$;

к) $y = 5(3x^2 - 5x + 9)^{10}$;

л) $y = \sqrt{x^3 - 1}$;

м) $y = \ln 3x$;

н) $y = 5 \cos 2x$;

о) $y = \log_3(4x - 2)$.

2) Найдите значение производной в точке x_0 :

а) $y = \frac{8}{x} - 6$, $x_0 = 1$;

б) $y = -\cos x + 2$, $x_0 = \frac{\pi}{6}$;

в) $y = \ln x + x$, $x_0 = \frac{1}{7}$.

2 вариант

1) Найдите производную функции:

а) $y = \frac{x^5}{5}$;

б) $y = x^4 - \frac{\sqrt{x}}{3}$;

в) $y = 2 \sin x + 9x - 12$;

г) $y = 7 \ln x$;

д) $y = 4 \operatorname{tg} x - \cos x$;

е) $y = \frac{1}{x^8}$;

ж) $y = (x^2 - 4)(x^4 + 1)$;

з) $y = \frac{x^2}{5-2x}$;

и) $y = \frac{\sin x}{x}$;

к) $y = \sqrt{12 - 9x}$;

л) $y = \cos\left(\frac{\pi}{6} - 5x\right)$;

м) $y = e^{5x-2}$;

н) $y = 2 \operatorname{ctg} 3x$;

о) $y = \log_2(3x - 4)$.

2) Найдите значение производной в точке x_0 :

а) $y = \frac{25}{x} + 2$, $x_0 = \frac{5}{4}$;

б) $y = -4 \operatorname{tg} x, x_0 = 0;$ в) $y = x^2 - \ln x, x_0 = 0,5.$

Звариант

1) Найдите производную функции:

а) $y = \frac{x^9}{9};$

б) $y = \frac{\sqrt{x}}{4} - x^6;$

в) $y = 2 \cos x - \frac{5}{x} - 13;$

г) $y = 0,5e^x - 2x;$

д) $y = 4 \operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x$

е) $y = -\frac{1}{x^2};$

ж) $y = (2x^2 - 5)(x^3 + 4);$

2) Найдите значение производной в точке x_0 :

а) $y = 3 - \frac{5}{x}, x_0 = 1;$

б) $y = \sin x - 4, x_0 = \frac{\pi}{3};$

в) $y = \ln x - 5x, x_0 = \frac{1}{9}.$

з) $y = \frac{x^3}{3x+1};$

и) $y = \frac{\cos x}{\sin x};$

к) $y = \frac{1}{5}(7 - 4x)^{15};$

л) $y = \sqrt{9 + 8x};$

м) $y = \ln 7x;$

н) $y = 2 \sin 4x$

о) $y = \log_4(2x - 1).$

4 вариант

2) Найдите производную функции:

а) $y = \frac{x^{11}}{11};$

б) $y = x^6 - \frac{\sqrt{x}}{5};$

в) $y = 12 - \cos x + \frac{7}{x};$

г) $y = \ln x - 3x;$

д) $y = \operatorname{ctg} x - 2 \operatorname{tg} x$

е) $y = -\frac{1}{x^6};$

ж) $y = (5x^2 - 3)(x^4 + 2);$

2) Найдите значение производной в точке x_0 :

а) $y = \frac{3}{x} - 2, x_0 = \frac{1}{3};$

б) $y = -5 \operatorname{ctg} x, x_0 = \frac{\pi}{2};$ в) $y = \ln x - x^2, x_0 = -0,5.$

з) $y = \frac{x^4}{4x-1};$

и) $y = \frac{\cos x}{x};$

к) $y = \frac{1}{5}(1 - 9x)^5;$

л) $y = \sqrt{x^3 - 3};$

м) $y = e^{2x+5};$

н) $y = 3 \operatorname{tg} 2x;$

о) $y = \log_5(x + 7).$

3. Исследование функций с помощью производной.

Вариант 1.

1. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$ и постройте ее график.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 3x$ на отрезке $[-0,5; 0,5]$.

Вариант 2.

1. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 1,5x^2$ и постройте ее график.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке $[-1; 1]$.

Вариант 3.

1. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ и постройте ее график.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = -x^4 + 2x^2 + 3$ на отрезке $[-0,5; 0,7]$.

Вариант 4.

1. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{5}x^5$ и постройте ее график.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке $[0; 3]$

4. Правила нахождения первообразной.

Вариант 1

1. Является ли функция $F(x) = x^2 + 3x + 1$ первообразной для функции $f(x) = 2x + 3$ на \mathbf{R} ?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = \frac{x^2}{3} - \frac{3}{x^2}$.
3. Для функции $f(x) = \sin 2x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{4}; -2\right)$.

Вариант 2

1. Является ли функция $F(x) = -\frac{x^4}{4} + 5x + 2$ первообразной для функции $f(x) = -x^3 + 5$ на \mathbf{R} ?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = \frac{3}{x^4} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$.
3. Для функции $f(x) = (4 - 5x)^3$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(1; \frac{1}{20}\right)$.

Вариант 3

1. Является ли функция $F(x) = x^2 - x$ первообразной для функции $f(x) = 2x - 1$ на \mathbf{R} ?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = \frac{7}{\cos^2 x} - 3x - x^3$.
3. Для функции $f(x) = \sin 3x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{12}; 0\right)$.

Вариант 4

1. Является ли функция $F(x) = \frac{1}{x^2} - \sin x$ первообразной для функции $f(x) = -\frac{1}{x^3} - \cos x$ на \mathbf{R} ?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = x(x+1)(x+2)$.
3. Для функции $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(0; 3)$.

5. Неопределенный и определенный интеграл

Вариант 1

1. Найти неопределенный интеграл

а) $\int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + 4x^4 \right) dx$; б) $\int (5x + 3)^3 dx$.

2. Найти определенный интеграл $\int_{-1}^2 x^4 dx$; $\int_{-2}^{-1} \left(-\frac{5}{x^2} + x^4 - 3x \right) dx$;

$$\int_{-1}^1 \frac{8x^3 + 36x^2 + 54x + 27}{2x + 3} dx;$$

Вариант 2

1. Найти неопределенный интеграл

a) $\int (2 \sin x - \cos x + \sqrt{2}) dx$; б) $\int (3x - 1)^{10} dx$.

2. Найти определенный интеграл а) $\int_{\frac{2}{3}}^1 x^3 dx$; б) $\int_0^1 \left(\frac{2}{\sqrt{x+1}} - \frac{3}{(x+1)^2} \right) dx$;

в) $\int_0^2 \frac{x^3 - 27}{x^2 + 3x + 9} dx$;

Вариант 3

1. Найти неопределенный интеграл

a) $\int \sin 2x dx$; б) $\int (2x + 6)^{15} dx$

2. Найти определенный интеграл

$\int_1^3 \frac{dx}{x^2}$; $\int_2^{-1} \left(-\frac{5}{x^2} + x^4 - 3x \right) dx$; $\int_1^2 \frac{x^3 - 64}{x^2 + 4x + 16} dx$

Вариант 4

1. Найти неопределенный интеграл

a) $\int (-5 \sin x + 3 \cos x + x^3) dx$; б) $\int -4 \sin \frac{x}{5} dx$.

2. Найти определенный интеграл

$\int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}}$; $\int_5^8 \left(\frac{2}{(x-2)^2} - \frac{1}{\sqrt{x-4}} \right) dx$; $\int_0^1 \frac{x^4 - 18x^2 + 81}{x^2 - 6x + 9} dx$;

Практикум «Производная»

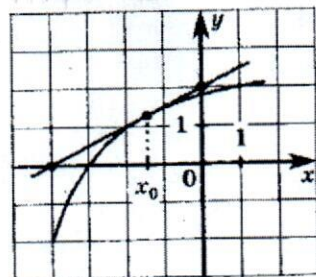
Вариант 1

1. Найти производные функций 1) $y = 4x^5 + \frac{x^3}{3} - 2$; 2) $y = 4 \sin x - 5 \operatorname{ctg} x$
3) $y = \frac{x-2}{x+3}$; 4) $y = (4 - \frac{5}{x^5})\sqrt{x}$

2. Составить уравнение касательной в точке x_0 $f(x) = 2x^2 + \frac{1}{3}x^3, x_0 = -3$

3. Исследуйте функцию и постройте ее график $y = 2x^3 - 6x$

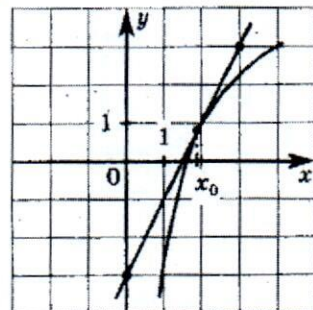
4. Найти производную функции в точке x_0



Вариант 2

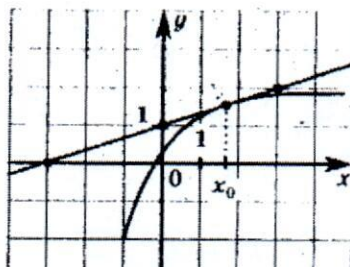
1. Найти производные функций 1) $y = 2x^2 - \frac{x^2}{2} + 4$; 2) $y = 2 \cos x - 3 \operatorname{tg} x$
3) $y = \frac{x-3}{x+2}$; 4) $y = (\sqrt{x} + 1) \frac{4}{x^2}$

- Составить уравнение касательной в точке x_0 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x, x_0 = 3$
- Исследуйте функцию и постройте ее график $y = -x^4 + 4x^2$
- Найти производную функции в точке x_0



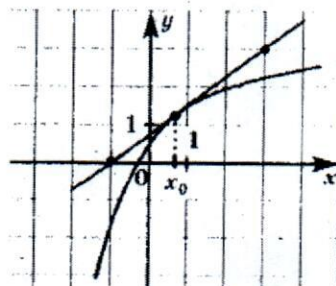
Вариант3

- Найти производные функций 1) $y = 3x^3 - \frac{x^5}{5} + 6$; 2) $y = 2 \sin x - 6 \operatorname{tg} x$
3) $y = \frac{x+5}{7-x}$; 4) $y = (\sqrt{x} - 4) \frac{4}{x^2}$
- Составить уравнение касательной в точке x_0 $f(x) = \frac{x^2+1}{x}, x_0=2$
- Исследуйте функцию и постройте ее график $y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x$.
- Найти производную функции в точке x_0



Вариант4

- Найти производные функций 1) $y = 7x^7 - \frac{x^3}{6} + \sqrt{5}$; 2) $y = 3 \cos x - 4 \operatorname{ctg} x$
3) $y = \frac{5x-3}{3-2x}$; 4) $y = (\sqrt{x} + 1) \frac{3}{x^3}$
- Составить уравнение касательной в точке x_0 $f(x) = \frac{x^2-1}{x}, x_0 = -2$
- Исследуйте функцию и постройте ее график $y = 2x^3 + 3x^2 - 2$.
- Найти производную функции в точке x_0



Практикум «Первообразная, интеграл»

1 вариант

▲ 1. Докажите, что функция F является первообразной для функции f на множестве R :

а) $F(x) = x^4 - 3$, $f(x) = 4x^3$;

2. Найдите общий вид первообразной для функции:

а) $f(x) = \frac{4}{x^2} + 3\cos x$;

б) $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$.

3. Для функции $f(x) = 3 - \frac{4}{\sin^2 2x}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку

$$M\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right).$$

▲ 1. Вычислите интеграл:

а) $\int_{-2}^{\frac{1}{2}} 3x^2 dx$;

б) $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 4x dx$.

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4 - x^2$, $y = 0$.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной частью графика функции $y = 1 - x^2$, $y \in [-1; 3]$:

а) касательной к этой линии в ее точке с абсциссой $x_0 = 1$ и прямой $x = 0$;

3 вариант

1. Докажите, что функция F является первообразной для функции f :

а) $F(x) = x^5 - 2x$, $f(x) = 5x^4 - 2$;

2. Найдите общий вид первообразной для функции:

а) $f(x) = \frac{6}{x^3} + 2\sin x$;

б) $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$.

3. Для функции $f(x) = 2 - 8\sin 4x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{2}\right)$.

4. Вычислите интеграл:

а) $\int_{-1}^2 2x^3 dx$;

б) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin \frac{x}{2} dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2 - x^2$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 0$.

2 вариант

1. Докажите, что функция F является первообразной для функции f на множестве R :

а) $F(x) = 4x - x^2$, $f(x) = 4 - 3x^2$;

2. Найдите общий вид первообразной для функции:

а) $f(x) = \frac{1}{x^2} - 2\cos x$;

б) $f(x) = 4\sin x \cos x$.

3. Для функции $f(x) = \frac{6}{\cos^2 3x} + 1$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right)$.

1. Вычислите интеграл:

а) $\int_{0.25}^{0.5} \frac{dx}{x^2}$;

б) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$.

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 1 - x^2$, $y = 0$, $x = -1$.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \frac{1}{2}x^2 + 2$:

а) касательной к этому графику в его точке с абсциссой $x_0 = -2$ и прямой $x = 0$;

а) касательной к этому графику в его точке с абсциссой $x_0 = -2$ и прямой $x = 0$;

4 вариант

1. Докажите, что функция F является первообразной для функции f :

а) $F(x) = 8x - x^5$, $f(x) = 8 - 5x^4$;

2. Найдите общий вид первообразной для функции:

а) $f(x) = 3\cos x - \frac{3}{x^4}$;

б) $f(x) = 2\cos 2x \sin 2x$.

3. Для функции $f(x) = \frac{1}{3}\cos 3x - 1$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right)$.

4. Вычислите интеграл:

а) $\int_{0.5}^1 \frac{dx}{x^3}$;

б) $\int_{2\pi}^{4\pi} \cos \frac{x}{4} dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3 - 1$, $x = 2$, $y = 0$.

- б) прямая a не пересекает ни одну прямую, лежащую в плоскости α ;
- в) прямая a скрещивается со всеми прямыми плоскости α ;
- г) прямая a имеет общую точку с плоскостью.

5. Каким может быть взаимное расположение прямых a и b , если прямая a лежит в плоскости α , а прямая b параллельна этой плоскости?

- А) Параллельны или пересекаются;
- б) скрещиваются или пересекаются;
- в) параллельны или скрещиваются;
- г) определить нельзя.

2. Тестовая работа по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве»

Вариант 1.

1. К плоскости проведены две равные наклонные. Равны ли их проекции?

- А) да
- б) нет

2. Какое из следующих утверждений верно?

- А) Две прямые перпендикулярные третьей перпендикулярны между собой;
- б) прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна хотя бы одной прямой, лежащей в этой плоскости;
- в) две прямые, перпендикулярные к плоскости, перпендикулярны между собой;
- г) прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.

3. Прямая m перпендикулярна к прямым a и b , лежащим в плоскости α , но m не перпендикулярна к плоскости α . Выясните взаимное расположение прямых a и b .

- А) параллельны;
- б) пересекаются;
- в) скрещиваются;
- г) определить нельзя.

4. Прямая a перпендикулярна к прямым c и b , лежащим в плоскости α , прямая a перпендикулярна к плоскости α . Выясните взаимное расположение прямых c и b .

- А) только параллельны;
- б) только пересекаются;
- в) параллельны или пересекаются;
- г) определить нельзя.

5. В треугольнике ABC , AH – высота треугольника. Вне плоскости ABC выбрана точка D , причем $DB \perp BC$, $DB \perp AB$. Плоскости DBC перпендикулярна прямая

- а) AD ;
- б) AB ;
- в) AH ;
- г) AC .

Вариант 2

1. Какое из следующих утверждений неверно?

- А) Если прямая перпендикулярна к двум прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости;
- б) если прямая перпендикулярна к плоскости, то она ее пересекает;
- в) если две плоскости перпендикулярны к прямой, то они параллельны;
- г) если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.

2. Две наклонные, проведенные к плоскости, имеют равные проекции. Равны ли сами наклонные?

- А) да
- б) нет

3. Если одна из двух скрещивающихся прямых перпендикулярна к плоскости, то будет ли перпендикулярна к этой плоскости вторая прямая?

А) да; б) да, но при определенных условиях; в) определить нельзя; г) нет.

4. Точка E не принадлежит плоскости прямоугольника $ABCD$. $BE \perp AB$, $BE \perp BC$. Тогда прямая CD и плоскость BCE :

а) параллельны; б) перпендикулярны; в) определить их взаимное расположение нельзя; г) прямая лежит в плоскости.

5. $ABCD$ – квадрат. Вне его плоскости выбрана точка K , причем $KA \perp AB$. Плоскости AKD перпендикулярна прямая

а) DC ; б) KC ; в) BK ; г) BC .

Практикум «Прямые и плоскости в пространстве»

1 вариант

1. Дан треугольник MKP . Плоскость, параллельная прямой MK , пересекает MP в точке M_1 , PK – в точке K_1 . Найдите M_1K_1 , если $MP: M_1P = 12:5$, $MK = 18$ см.
2. Дано: $BMDC$ – прямоугольник; $\angle MBA = 90^\circ$. Доказать: $CD \perp (ABC)$
3. Через точку, удаленную от плоскости на расстояние 5 см, проведены к этой плоскости две наклонные по 13 см каждая. Угол между проекциями этих наклонных равен 60° . Найдите расстояние между основаниями наклонных.

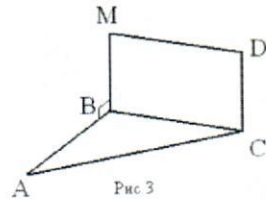


Рис. 3

2 вариант

1. Дан треугольник VCE . Плоскость, параллельная прямой CE , пересекает VE в точке E_1 , а VC – в точке C_1 . Найдите VC_1 , если $C_1E_1: CE = 3:8$, $VC = 28$ см.
2. Дано: $ABCD$ – прямоугольник; $\angle MBC = 90^\circ$. Доказать: $AD \perp AM$
3. Через точку, удаленную от плоскости на расстояние 4 см, проведены к этой плоскости две наклонные по 5 см каждая. Угол между проекциями этих наклонных равен 90° . Найдите расстояние между основаниями наклонных.

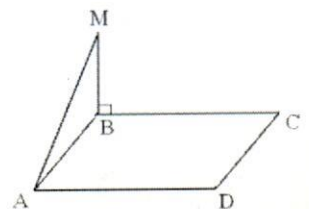


Рис. 4

Handwritten notes at the bottom of the page, including the number 45 and some illegible scribbles.

Тема 2 Координаты и векторы

1. Формулы расстояния между двумя точками, координаты середины отрезка

Задача № 1. При параллельном переносе точка $A(-3; -2; 1)$ переходит в точку $B(1; 0; 3)$. а) В какую точку при таком переносе переходит точка $C(1; -1; 2)$? б) Какая точка при таком переносе переходит в начало координат?

Задача № 2. В какую точку перейдет точка $B(-8,6; 5; -3)$ при параллельном переносе, если при этом точка $A(1; 7; -2)$ переходит в точку $A'(3,6; 3; 1)$?

Задача № 3 (самостоятельно). При параллельном переносе точка $A(3,4; 6; -2)$ переходит в точку $A'(7,4; 6; -3)$. Найдите формулы этого переноса.

Задача № 4. Даны точки $C(-2; 4; 2)$ и $D(4; 0; -2)$. а) Точки C и D делят отрезок AB на три равные части. Найдите координаты концов отрезка AB . б) Найдите целочисленные координаты точки M , которая лежит в плоскости xz и удалена от C и D на 5.

Задача № 5. Даны координаты середины сторон треугольника $M(-1; 4; 2)$, $N(1; 3; 4)$ и $P(2; 7; -1)$. Найдите координаты вершин этого треугольника.

Задача № 6 (самостоятельно). Даны две вершины параллелограмма $ABCD$ $A(4; -3; 1)$, $B(-3; 2; 5)$ и точка пересечения его диагоналей $P(1; 0; -2)$. Найдите координаты других вершин параллелограмма.

Практикум «Координаты и векторы»

Вариант 1

1. Дан $\triangle ABC$ с вершинами $A(1; -2; -9)$, $B(2; 6; -4)$, $C(8; -6; -8)$.
а) Найти координаты и абсолютную величину \overline{BC}
б) Найти вектор $\overline{AB} + \overline{BC}$
в) Доказать перпендикулярность \overline{AB} и \overline{AC}
2. Дан $\triangle ABC$ с вершинами $A(4; 0; -2)$, $B(-16; 8; -18)$, $C(2; -4; -6)$.
а) Найти длину медианы, проведенной из вершины C
б) Найти координаты точки D , если $ABCD$ параллелограмм.
3. Параллельный перенос $A(-7; 4; 8) \rightarrow B(0; -5; 12)$. В какую точку при этом переносе переходит $C(6; -12; 9)$

Вариант 2

1. Дан $\triangle ABC$ с вершинами $A(11; -2; -9)$, $B(2; 6; -4)$, $C(14; 2; -10)$.
а) Найти координаты и абсолютную величину \overline{BC}
б) Найти вектор $\overline{AB} + \overline{BC}$
в) Доказать перпендикулярность \overline{AB} и \overline{AC}
2. Дан параллелограмм $ABCD$ с вершинами $A(-2; 5; -10)$, $B(8; -3; 12)$, $C(-4; 0; 14)$
а) Найти координаты точки D
б) Найти длину диагонали BD
3. Параллельный перенос $A(-10; -5; 3) \rightarrow B(-14; 0; -8)$. В какую точку при этом переносе переходит $C(-3; -15; -6)$

Тема 3 Многогранники и круглые тела

Самостоятельная работа:

1. Призма, параллелепипед.

Вариант 1

Основанием прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является ромб $ABCD$ сторона которого равна r и угол равен 60° . Плоскость $AD_1 C_1$ составляет с плоскостью основания угол 60° . Найдите:

- а) Высоту ромба.
- б) Высоту призмы.
- в) Площадь боковой поверхности призмы.
- г) Площадь поверхности призмы.

Вариант 2

Основанием прямого параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является параллелограмм $ABCD$, стороны которого равны $r\sqrt{2}$ и $2r$, острый угол равен 45° . Высота параллелепипеда равна меньшей высоте параллелограмма. Найдите:

- а) Меньшую высоту параллелограмма.
- б) Угол между плоскостью ABC_1 и плоскостью основания.
- в) Площадь боковой поверхности параллелепипеда.
- г) Площадь поверхности параллелепипеда.

2. Пирамида.

Вариант 1

Основанием пирамиды $DABC$ является правильный треугольник ABC , сторона которого равна r . Ребро DA перпендикулярно к плоскости ABC , а плоскость DBC составляет с плоскостью ABC угол 30° . Найдите площадь боковой и площадь полной поверхности пирамиды.

Вариант 2

Основанием пирамиды $MABCD$ является квадрат $ABCD$. Ребро MD перпендикулярно к плоскости основания, $AD = DM = r$. Найдите площадь боковой и площадь полной поверхности пирамиды.

3. Цилиндр. Конус.

Вариант 1

1) Осевое сечение цилиндра – квадрат. Площадь основания цилиндра равна $16\pi \text{ см}^2$. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

2) Высота конуса равна 6 см . Угол при вершине осевого сечения равен 120° .

А) Найти площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен 30° .

Б) Найти площадь боковой поверхности конуса.

Вариант 2

1) Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 4 см . Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

- 2) Радиус основания конуса равен 6см , а образующая наклонена к плоскости основания под углом 30° .
- А) Найти площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен 60° .
- Б) Найти площадь боковой поверхности конуса.

4. Сфера и шар

Вариант 1

Диаметр шара равен $2r$. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45° к нему. Найдите длину линии пересечения сферы этой плоскостью.

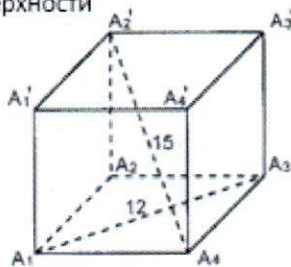
Вариант 2

Диаметр шара равен $4r$. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 30° к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.

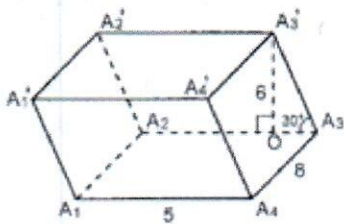
Практикум «Многогранники»

Вариант 1

1. Дано: правильная призма
Найти: площадь полной поверхности



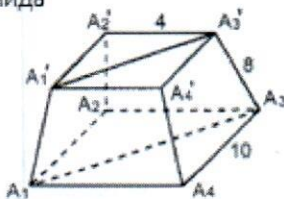
2. Наклонная призма



Дано: $A_1A_2A_3A_4$ – прямоугольник.
 $A_1'O$ – высота призмы.

Найти площадь полной поверхности

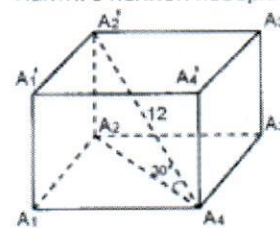
- 3 Дано: правильная усеченная пирамида



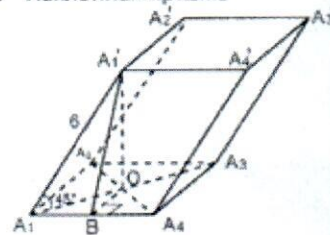
Найти $S_{A_1A_1'A_3A_3'}$

Вариант 2

1. Дано: правильная призма
Найти: S полной поверхности



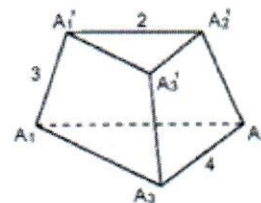
2. Наклонная призма



Дано: $A_1A_2A_3A_4$ – квадрат.
 $A_1'O$ – высота призмы.

Найти: S полной поверх

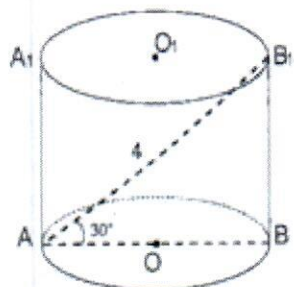
3. Дано: прав. усечен. пирамида
Найти S полной поверхности



Практикум «Тела вращения»

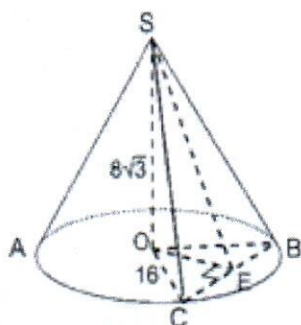
Вариант 1

1



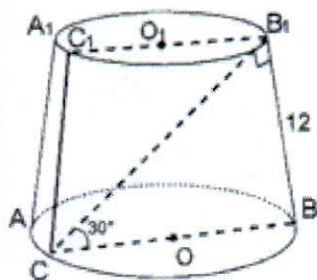
Найти высоту и радиус основания цилиндра.

2.



Дано: $\angle COB = 60^\circ$. Найти $\angle SEO$.

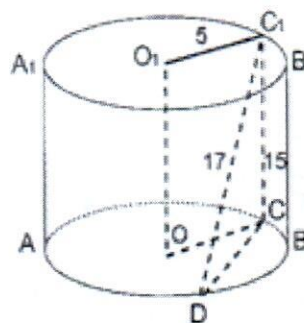
3.



Найти SCC_1B_1B .

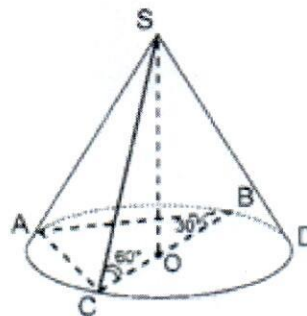
Вариант 2

1.



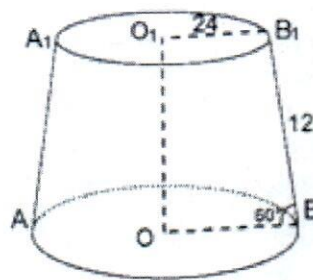
Найти расстояние между прямыми C_1D и OO_1 .

2.



Дано: $AC = 6$. Найти S_{ASC} .

3.



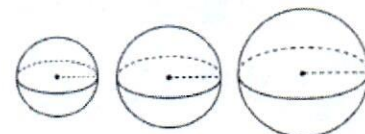
Найти OB и OO_1 .

Тема 4. Измерения в геометрии

Практикум «Объемы многогранников и тел вращения»

Вариант №1

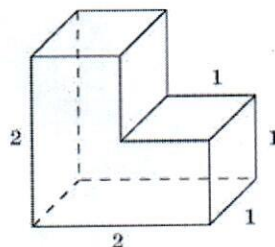
1. Диагональ куба равна $\sqrt{12}$ см. Найдите его объем.
2. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 4. Диагональ параллелепипеда равна 6. Найдите объем параллелепипеда.



3. Радиусы трех шаров равны 3 см, 4 см и 5 см. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.
4. Какое количество нефти (в тоннах) вмещает цилиндрическая цистерна диаметром 18 м и высотой 7 м, если плотность нефти равна $0,85 \text{ г/см}^3$.
5. Найдите высоту конуса, если его объем $48\pi \text{ см}^3$, а радиус основания 4 см.

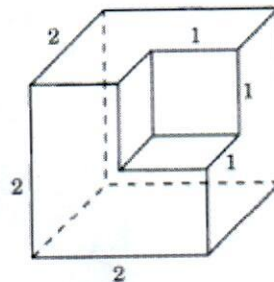
Вариант №2

1. Объем куба равен 64 см^3 . Найдите его диагональ.
2. Найдите радиус основания конуса, если его высота 3 см, а объем $2,25\pi \text{ см}^3$.
3. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые. Размеры на рис. Даны в см.
4. Найдите объем пирамиды, высота которой равна 6 см, а основание – прямоугольник со сторонами 3 см и 4 см.
5. Объем шара равен 288π . Найдите площадь его поверхности.



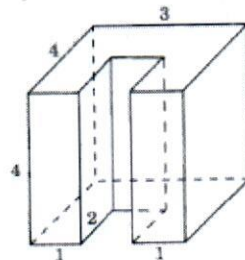
Вариант №3

1. Образующая конуса, равная 12 см, наклонена к плоскости основания под углом 30° . Найдите объем конуса.
2. Найдите высоту конуса, если его объем $48\pi \text{ см}^3$, а радиус основания 4 см.
3. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые. Размеры на рис. Даны в см.
4. Найдите площадь поверхности шара и его объем, если радиус шара равен 4 см.
5. Найдите радиус основания цилиндра, если его объем равен 120 см^3 , а высота 3,6 см.



Вариант №4

1. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2 м, 3 м. Объем параллелепипеда равен 36 м^3 . Найдите его диагональ.
2. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые. Размеры на рис. Даны в см.
3. Найдите объем конуса, если его высота 3 см, а радиус основания 1,5 см.
4. Найдите высоту цилиндра, если его объем равен $24\pi \text{ см}^3$, а радиус основания $\sqrt{2}$ см.
5. Найдите радиус шара и площадь поверхности шара, если его объем равен $113,04 \text{ см}^3$.



4.3 Раздел 3 Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Тема 1 Элементы комбинаторики

1. Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний.

Вариант 1

1. Ученик помнит, что в формуле азотной кислоты подряд идут буквы **H, N, O** и что есть один нижний индекс – то ли двойка, то ли тройка.
- А) Нарисуйте дерево возможных вариантов, из которых ученику придётся выбирать ответ.
- Б) Сколько среди них тех, в которых индекс стоит не на втором месте?
- В) Как изменится дерево вариантов, если ученик помнит, что на первом месте точно стоит **H**, а порядок остальных букв забыл?
- Г) Как изменится дерево вариантов, если буквы могут идти в любом порядке?

2. Вычислить: а) $\frac{6!+7!}{4!+5!}$ б) $\frac{16 \cdot 6!+7!}{7!+8!}$

3. Встретились несколько человек и стали здороваться друг с другом. Рукопожатий было от 60 до 70. Сколько человек встретилось, если известно, что: а) каждый здоровался с каждым;

- б) только один человек не здоровался ни с кем;
в) только двое не поздоровались между собой;
г) четверо поздоровались только между собой и остальные поздоровались только между собой.

3. Вычислить: а) C^2_{17} ; б) $C^2_{27} - C^2_{26}$

4. Решить уравнение: $C^4_x = A^3_x$

Вариант 2

1. Из пяти одноклассниц **A, Б, В, Г**, только **В** и **Д** дружат со всеми, **Б** дружит, кроме **В** и **Д**, только с **Г**, остальные не дружат между собой. Для проведения соревнования надо из этих одноклассниц выбрать капитана и его заместителя, которые дружат между собой.
- а) Нарисуйте дерево возможных вариантов выбора.
- б) В скольких вариантах капитаном будет **A**?
- в) В скольких вариантах выбора будет присутствовать **В**?
- г) В скольких вариантах выбора **Г** будет заместителем?

2. Вычислить: а) $\frac{5!+6!}{3!+4!}$ б) $\frac{(5!)^2 \cdot (6!)^2}{4! \cdot 5! \cdot 6!}$

3. Каждую из n точек, являющихся вершинами выпуклого n – угольника, соединили отрезками с каждой другой вершиной.

- а) Сколько провели отрезков?
б) Сколько провели диагоналей?
в) Сколько есть двухзвенных ломаных, соединяющих вершину **A** с вершиной **B**?
г) Сколько есть трёхзвенных ломаных, соединяющих вершину **A** с вершиной **B**?

4. Вычислить: а) C^4_8 ; б) $C^5_{11} + C^5_{11}$

5. Решить уравнение: $C^3_x = A^2_x$

2. Решение практических задач с применением вероятностных методов

Вариант А1

1

Из 30-томного собрания сочинений Льва Толстого ученик наугад выбирает один том. Какова вероятность того, что

- а) в этом томе окажется роман «Анна Каренина»?
б) этот том будет иметь четный номер?

Вариант А2

- а) в этом томе окажется роман «Война и мир»?
б) этот том будет иметь нечетный номер?

2

Бросают две одинаковые монеты. Какова вероятность того, что

- выпадут «орел» и «решка»? выпадут два «орла»?

3

Из букв слова «провал» наугад выбираются 5 букв. Найдите вероятность того, что из выбранных букв можно будет составить

- слово «право». слово «повар».

4

Из 28 костей домино наугад выбирают одну. Что вероятнее:

- что сумма цифр на ней будет равна 6 или 8? что сумма цифр на ней будет равна 3 или 4?

4.4 Экзаменационная работа

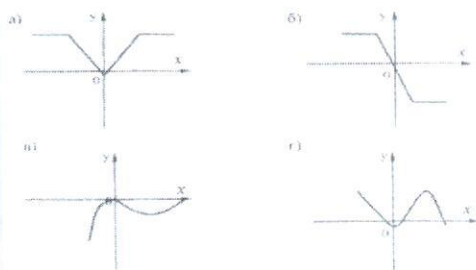
Обязательная часть

При выполнении заданий 1-8 запишите ход решения и полученный ответ

1. (1 балл) Билет на автобус стоит 30 рублей. Определите, на сколько поездок хватит 100 рублей, если стоимость билета снизят на 10%.
2. (1 балл) Определите, сколько банок краски по 3 кг необходимо купить для покраски пола в спортивном зале площадью $6 \times 12 \text{ м}^2$, если на 1 м^2 расходуется 300 граммов краски.
3. (1 балл) Определите, какие из перечисленных точек принадлежат графику функции $y(x) = 2x - 1$.

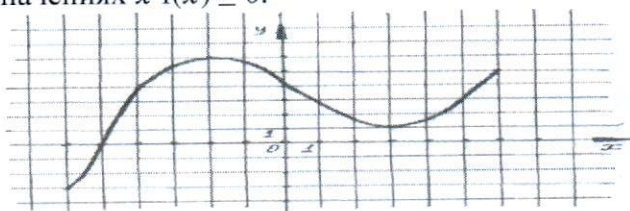
А (1; 1); В (0; -1); С (2; 4); Д (3; 5).

4. (1 балл) Вычислите значение выражения $9^{\frac{3}{2}} + 27^{\frac{2}{3}} + \sqrt{81}$.
5. (1 балл) Найдите значение $\cos \alpha$, если известно, что $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ и $\alpha \in I$ четверти.
6. (1 балл) Решите уравнение $5^{5x+1} = 25^{2x}$.
7. (1 балл) Вычислите значение выражения $\log_2 8 + \log_5 125 + \lg 100 + \lg 1$.
8. (1 балл) Решите уравнение $\log_2 (3x + 17) = 4$.
9. (1 балл) Определите, какой из ниже приведенных графиков соответствует четной функции. Отметьте его знаком «+» и кратко поясните, почему.



Используя график функции $y = f(x)$ (см. рис. Ниже), определите и запишите ответ:

10. (1 балл) наименьшее и наибольшее значения функции;
11. (1 балл) промежутки возрастания и убывания функции;
12. (1 балл) при каких значениях x $f(x) \geq 0$.



При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ

13. (1 балл) От электрического столба высотой 6 м к дому, высота которого 3 м натянут кабель. Определите длину кабеля, если расстояние между домом и столбом 4 м.
14. (1 балл) Тело движется по закону: $S(t) = x^2 - 7x + 3$. Определите, в какой момент времени скорость будет равна 3.
15. (1 балл) Найдите область определения функции $y = \lg(x^2 + 4x)$.
16. (1 балл) Решите уравнение $\frac{1}{2}\sqrt{x+1} = 4$
17. (1 балл) Решите уравнение $\sin^2 x + \sin x = -\cos^2 x$.

18. (1 балл) Прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см в первый раз вращается вокруг большего катета, а во второй – вокруг меньшего. Определите полученные геометрические тела и сравните площади их боковых поверхностей.

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и полученный ответ

19. (3 балла) Найдите промежутки убывания функции $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x$.
20. (3 балла) Основанием прямой призмы является ромб со стороной 12 см и углом 60° . Меньшее из диагональных сечений призмы является квадратом. Найдите объем призмы.
21. (3 балла) Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{y}{3} - \frac{x}{2} = 1 \\ 2^{x-2} \cdot 2^y = 8. \end{cases}$$

22. (3 балла) Найдите решение уравнения:
 $2\sin^2 x - 5 \cos x - 5 = 0$, удовлетворяющее условию $\sin x > 0$.

Время на подготовку и выполнение: 4 академических часа (180 минут).

4.4.1 Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У1 Умение выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приёмы, сравнивать числовые выражения	- Выполнение арифметических действий над действительными числами	12 баллов
У2 Умение находить значение корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения	- Нахождение значения квадратного корня из действительного числа – Вычисление значения степени с любым показателем. - Нахождение логарифма положительного числа по положительному и отличному от 1 основанию a ; по основанию 10. Вычисление значения тригонометрических выражений	

У3 Умение выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций	- Преобразование выражений, содержащих степень. - Преобразование логарифмических выражений. – Преобразование тригонометрических выражений	
У4 Умение вычислять значение функции по заданному значению аргумента	- Вычисление значений функций по заданному значению аргумента	
У6 Умение строить графики изученных функций	- Построение графиков изученных функций. – Иллюстрация основных свойств функции по графику.	
У8 Умение находить производные элементарных функций	- Нахождение производных элементарных функций	
У9 Умение использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков	- Изучение свойств функций и построение графиков с помощью производной	
У10 Умение решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения	- Вычисление приближённых значений с помощью производной. – Решение задач прикладного характера	
У11 Умение вычислять в простейших случаях площади с использованием определённого интеграла	- Вычисление определённого интеграла. - Вычисление площадей и объёмов простейших фигур с использованием определённого интеграла	
У12 Умение решать показательные, логарифмические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы	- Решение рациональных уравнений и неравенств. – Решение показательных уравнений и неравенств. - Решение логарифмических уравнений и неравенств.	
У21 Умение изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач	- Построение многогранников – Выполнение чертежей по условиям задачи	
У23 Умение решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов)	- Решение задач на нахождение геометрических величин	

У24 Умение использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы	- Решение задач стереометрии, опираясь на знания по планиметрии	
У26 Умение использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	- Решение задач стереометрии, опираясь на знания по планиметрии	

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется 0 баллов

4.4.2 Критерии оценки выполнения работы

Оценка	Число баллов, необходимое для получения оценки
«3» (удовлетворительно)	9 – 14
«4» (хорошо)	15 – 20 <i>(и не менее <u>одного</u> задания из дополнительной части)</i>
«5» (отлично)	21 – 30 <i>(и не менее <u>двух</u> заданий из дополнительной части)</i>

**Перечень элементов содержания
для составления экзаменационных работ по математике
в образовательных учреждениях СПО**

Перечень элементов содержания составлен на основе Обязательного минимума содержания основных образовательных программ по математике и Требований к уровню подготовки выпускников средней (полной) школы (Приказ Минобразования России от 05.03.2004 г. № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

Перечень элементов содержания по всем разделам учебного курса математики включает в себя элементы содержания по программе среднего (полного) общего образования (базовый уровень) и необходимые элементы содержания за учебный курс математики основной общеобразовательной школы.

**Элементы содержания, проверяемые заданиями
экзаменационной работы**

Алгебра

Числа, корни и степени

Целые числа

Степень с натуральным показателем

Дроби, проценты, рациональные числа

Степень с целым показателем

Корень степени $n > 1$ и его свойства

Степень с рациональным показателем и ее свойства

Свойства степени с действительным показателем

Основы тригонометрии

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла

Радианная мера угла

Синус, косинус, тангенс и котангенс числа

Основные тригонометрические тождества

Формулы приведения

Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов

Синус и косинус двойного угла

Логарифмы

Логарифм числа

Логарифм произведения, частного, степени

Десятичный и натуральный логарифмы, число e

Преобразования выражений

Преобразования выражений, включающих арифметические операции

Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень

Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени

Преобразования тригонометрических выражений

Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования

Модуль (абсолютная величина) числа

Уравнения и неравенства

Уравнения

Квадратные уравнения

Рациональные уравнения

Иррациональные уравнения

Тригонометрические уравнения

Показательные уравнения

Логарифмические уравнения

Равносильность уравнений, систем уравнений

Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными

Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений

Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений

Неравенства

Квадратные неравенства

Рациональные неравенства

Показательные неравенства

Логарифмические неравенства

Системы линейных неравенств

Системы неравенств с одной переменной

Равносильность неравенств, систем неравенств

Использование свойств и графиков функций при решении неравенств

Метод интервалов

Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем

Функции

Определение и график функции

Функция, область определения функции

Множество значений функции

График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях

Обратная функция. График обратной функции

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат

Элементарное исследование функций

Монотонность функций. Промежутки возрастания и убывания

Четность и нечетность функций

Периодичность функций

Ограниченность функций

Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции

Наибольшее и наименьшее значения функции

Основные элементарные функции

Линейная функция, ее график

Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график
Квадратичная функция, ее график
Степенная функция с натуральным показателем, ее график
Тригонометрические функции, их графики
Показательная функция, ее график
Логарифмическая функция, ее график

Начала математического анализа

Производная

Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком
Уравнение касательной к графику функции
Производные суммы, разности, произведения, частного
Производные основных элементарных функций
Вторая производная и ее физический смысл

Исследование функций

Применение производной к исследованию функций и построению графиков
Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах

Первообразная и интеграл

Первообразные элементарных функций
Примеры применения интеграла в физике и геометрии

Геометрия

Планиметрия

Треугольник
Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат
Трапеция
Окружность и круг
Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника
Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника
Правильные многоугольники. Вписанные и описанные окружности правильного многоугольника

Прямые и плоскости в пространстве

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых
Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства
Параллельность плоскостей, признаки и свойства
Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах
Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства
Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур

Многогранники

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма
Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде
Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида
Сечения куба, призмы, пирамиды

Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)

Тела и поверхности вращения

Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка

Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка

Шар и сфера, их сечения

Измерение геометрических величин

Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности

Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью

Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника

Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными прямыми, параллельными плоскостями

Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора

Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы

Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара

Координаты и векторы

Декартовы координаты на плоскости и в пространстве

Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы

Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число

Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам

Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам

Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Элементы комбинаторики

Поочередный и одновременный выбор

Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона

Элементы статистики

Табличное и графическое представление данных

Числовые характеристики рядов данных

Элементы теории вероятностей

Вероятности событий.

Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач

Перечень требований к уровню подготовки обучающихся для составления заданий экзаменационных работ по математике в образовательных учреждениях СПО

Перечень требований к уровню подготовки по математике обучающихся образовательных учреждений НПО/СПО составлен на основе Обязательного минимума содержания основных образовательных программ и Требованиям к уровню подготовки обучающихся в результате освоения учебной дисциплины «Математика» на базовом уровне (Об утверждении федерального компонента Государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования. // Приказ Минобрнауки РФ от 05.03.2004 № 1089).

Перечень требований по всем разделам включает в себя требования к уровню подготовки обучающихся по математике, освоивших программу среднего (полного) общего образования (базовый уровень).

Требования (умения и виды деятельности), проверяемые заданиями письменной экзаменационной работы

Уметь выполнять вычисления и преобразования:

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма;
- вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

Уметь решать уравнения и неравенства:

- решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы;
- решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;
- решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства.

Уметь выполнять действия с функциями:

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения; строить графики изученных функций;
- вычислять производные и первообразные элементарных функций;
- исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций.

Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами:

- решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей);
- решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;

- определять координаты точки.

Уметь строить и исследовать простейшие математические модели:

- моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры;

- моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;

- проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения.

Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- анализировать реальные числовые данные; осуществлять практические расчеты по формулам, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;

- описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках;

- решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

Инструкция по выполнению письменной экзаменационной работы по математике

На выполнение письменной экзаменационной работы дается 4 академических часа (180 минут).

Получив листы с текстом заданий экзаменационной работы, листы для ее выполнения и листы для черновиков, подпишите их по согласованию с членами экзаменационной комиссии.

Внимательно ознакомьтесь с заданиями обязательной и дополнительной частей экзаменационной работы.

Обратите внимание, что:

- экзаменационная работа сопровождается критериями оценки;
- в обязательную часть включены наиболее простые задания, в дополнительную – более сложные;
- правильное выполнение каждого задания оценивается баллами, которые проставлены в скобках около каждого задания;
- если Вы приведете неверный ответ или ответ будет отсутствовать, будет выставлено 0 баллов.

Для получения оценки удовлетворительно (3) достаточно правильно выполнить от 9 до 14 заданий обязательной части.

После того, как Вы наберете необходимое количество баллов для получения оценки удовлетворительно (3), определите, какие задания из обязательной или дополнительной части и сколько из них Вы сможете еще выполнить для повышения удовлетворительной оценки (3) до оценок хорошо (4) или отлично (5).

Для получения оценки хорошо (4) нужно набрать не менее 15 баллов, правильно выполнив при этом хотя бы одно задание из дополнительной части;

Для получения оценки отлично (5) нужно набрать не менее 21 балла, правильно выполнив при этом не менее двух заданий из дополнительной части;

Задания сначала целесообразно выполнять на черновике, а потом оформлять всю работу на листах для выполнения экзаменационной работы.

Начинайте работу с заданий обязательной части и постарайтесь сначала набрать достаточное число баллов для получения оценки удовлетворительно (3).

Выполняйте задания в предложенном порядке. Пропускайте то задание, выполнение которого Вас затрудняет, и переходите к следующему. Если останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов.

Закончив выполнение экзаменационной работы, сдайте ее вместе со всеми черновиками в экзаменационную комиссию.

Желаем удачи!

8. Приложение 4. Перечень учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы

Для студентов:

1. Атанасян Л.С. Геометрия. 10- 11кл. – М., 2018.
2. А.В.Погорелов Геометрия. 10- 11кл. – М., 2018.
3. М.И. Башмаков Математика, М., издательский центр «Академия», 2017.
4. В.А. Гусев, С.Г. Григорьев Математика для профессий и специальностей социально-экономического профиля, М., издательский центр «Академия», 2016.
5. С.Г. Григорьев, С.В. Иволгина Математика: учебник для студентов образовательных учреждений СПО, М., издательский центр «Академия», 2016.
6. М.И. Башмаков Математика задачник, М., издательский центр «Академия», 2016.

Для преподавателей:

1. М.И. Башмаков Математика, М., издательский центр «Академия», 2017.
2. В.А. Гусев, С.Г. Григорьев Математика для профессий и специальностей социально-экономического профиля, М., издательский центр «Академия», 2016.
3. С.Г. Григорьев, С.В. Иволгина Математика: учебник для студентов образовательных учреждений СПО, М., издательский центр «Академия», 2016.
4. М.И. Башмаков Математика задачник, М., издательский центр «Академия», 2017.
5. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия (базовый и профильный уровни). 10-11. – М., 2018.

Интернет-ресурсы:

<http://www.math.ru>

Газета "Математика" издательского дома "Первое сентября"

<http://mat.1september.ru>

Математика в Открытом колледже

<http://www.mathematics.ru>

Материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов

http://school_collection.edu.ru/collection/matematika/

Московский центр непрерывного математического образования (МЦНМО)

<http://www.mccme.ru>

Образовательный математический сайт Exponenta.ru

<http://www.exponenta.ru>

Общероссийский математический портал Math_Net.Ru